

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО



МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ЩОДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ
З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
«МАТЕМАТИЧНА ОБРОБКА ГЕОДЕЗИЧНИХ ВИМІРІВ»
ДЛЯ СТУДЕНТІВ ДЕННОЇ ТА ЗАОЧНОЇ ФОРМ НАВЧАННЯ
ЗІ СПЕЦІАЛЬНОСТІ
193 – «ГЕОДЕЗІЯ ТА ЗЕМЛЕУСТРІЙ»
ОСВІТНЬОГО СТУПЕНЯ «БАКАЛАВР»

КРЕМЕНЧУК 2019

Методичні вказівки щодо виконання курсової роботи з навчальної дисципліни «Математична обробка геодезичних вимірів» для студентів денної та заочної форм навчання зі спеціальності 193 – «Геодезія та землеустрій» освітнього ступеня «Бакалавр»

Укладачі: к. т. н., доц. І. М. Шелковська,
к. т. н., старш. викл. П. Б. Міхно

Рецензент к. т. н., доц. С. П. Лашко

Кафедра геодезії, землевпорядкування та кадастру

Затверджено методичною радою Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського

Протокол № _____ від _____

Голова методичної ради _____ проф. В. В. Костін

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1 Загальні положення.....	6
2 Тезаурус базових термінів щодо теми курсової роботи.....	7
3 Структура курсової роботи та її оформлення.....	9
4 Завдання та вихідні дані до курсової роботи.....	11
5 Рекомендації щодо виконання курсової роботи.....	13
5.1 Характеристика параметричного способу зрівнювання геодезичних побудов.....	13
5.2 Порядок виконання розрахунків зрівнювання нівелірної мережі параметричним способом.....	20
6 Контрольні питання.....	30
Список літератури.....	31
Додаток А Зразок оформлення титульної сторінки курсової роботи.....	32
Додаток Б Зразок завдання на виконання курсової роботи.....	33
Додаток В Зміст розрахунково-пояснювальної записки.....	35
Додаток Г Порядок розв'язання системи нормальних рівнянь способом Гауса.....	36
Додаток Д Умови захисту курсової роботи та критерії оцінювання знань студентів.....	38
Додаток Е Приклад оформлення графічної частини.....	40

ВСТУП

Методичні вказівки щодо виконання курсової роботи розроблені відповідно до робочої навчальної програми з навчальної дисципліни «Математична обробка геодезичних вимірів» і визначають методику та порядок їх виконання.

Мета курсової роботи – перевірка рівня засвоєння студентами теоретичних і практичних знань, які отримані під час вивчення навчального курсу «Математична обробка геодезичних вимірів». Курсова робота сприяє готовності студентів до проведення самостійної практичної роботи щодо зрівнювання параметричним методом державної нівелірної мережі з трьома вузловими пунктами. Перед її виконанням необхідно глибоко засвоїти теоретичний матеріал навчальної дисципліни згідно з рекомендованою літературою та лекційним матеріалом. У разі необхідності підшукати додаткову літературу та самостійно її опрацювати.

Перед початком обчислень потрібно чітко уявляти поставлену задачу, послідовність дій, дібрати необхідні формули, скласти необхідні схеми і таблиці для виконання обчислень.

Під час обчислень необхідно постійно контролювати одержані результати. У тих випадках, коли це неможливо, обчислення виконують повторно. Головним обчисленням потрібно надавати заголовки, наводити робочі формули, за якими виконують обчислення, та короткі пояснення. Таблиці повинні мати назви відповідно до їх змісту.

У результаті виконання курсової роботи з навчальної дисципліни студент повинен

знати:

- основи теорії похибок вимірювань;
- прийоми математичної обробки однієї величини;
- основи принципу найменших квадратів;
- методи зрівнювання геодезичних мереж;

уміти:

- виконувати попередні обчислення;
- складати рівняння поправок сторін та вагових функцій у параметричному методі зрівнювання;
- виконувати зрівнювання нівелірних мереж параметричним методом.

Отримані навички студенти можуть застосовувати в майбутній професійній діяльності під час опрацювання результатів геодезичних вимірів.

Кожен студент отримує електронну версію методичних вказівок і виконує один варіант завдання.

Оцінка кожного етапу курсової роботи визначається викладачем за якістю розрахунків, відповідей на контрольні питання.

Критерії оцінювання знань студентів щодо виконання курсової роботи наведено в додатку Д.

1 ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Пояснювальна записка до курсової роботи має бути написана українською мовою. Зміст, структура, оформлення і результати роботи мають відповідати вимогам методичних вказівок.

Підготовка курсової роботи передбачає такі етапи: чітке усвідомлення суті завдання, консультації з керівником курсової роботи та уточнення і затвердження ним плану роботи, ознайомлення з її теоретичними та практичними аспектами, підбір необхідних формул для розв'язання завдання, виконання необхідних розрахунків, складання таблиць з посиланнями на них у тексті, оформлення анотації, передача курсової роботи до циклової комісії для попередньої перевірки та допуску до захисту (дозволяється в електронному варіанті), за потреби, доопрацювання після попередньої перевірки та захисту.

Завершення кожного етапу курсової роботи контролюється її керівником з відповідними відмітками та записами у журналі контролю успішності.

Анотація призначена для ознайомлення з основним напрямом, ідеями та результатами курсової роботи і має містити стисло характеристику виконаної роботи. Після анотації наводять ключові слова (п'ять слів). Анотація іноземною (англ., німец., франц.) мовою за змістом має відповідати українському варіанту (змістовний переклад).

Ключовим словом називають слово або стійке словосполучення із тексту анотації, яке з погляду інформаційного пошуку має смислове навантаження. Сукупність ключових слів має відображати поза контекстом основний зміст курсової роботи.

Зміст подають на початку курсової роботи, після титульної сторінки, листка завдання (форма № Н-9.01у, додаток Б), анотацій та тезауруса на окремому аркуші. Він містить найменування та номери початкових сторінок вступу, усіх розділів, підрозділів та пунктів (якщо вони мають заголовки), загальні висновки, перелік використаних джерел і додаток. Зміст включають до загальної кількості аркушів пояснювальної записки.

2 ТЕЗАУРУС БАЗОВИХ ТЕРМІНІВ ЩОДО ТЕМИ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Тезаурус подають у курсовій роботі у вигляді окремого списку та розміщують після анотації.

Геодезична мережа (geodetic network) – мережа закріплених точок земної поверхні, положення яких визначено в спільній для них системі геодезичних координат.

Геодезичний хід (traverse) – геодезична побудова у вигляді ламаної лінії з вимірними її елементами.

Зрівнювання геодезичної мережі (least squares adjustment) – зрівнювання математичний процес знаходження остаточного (зрівняного) значення вимірних величин (при наявності надлишкових вимірювань).

Метод найменших квадратів (least-squares method, least-squares technique) – метод обчислення розшукуваних параметрів і поправку спотворених випадковими похибками вимірах, за якого мінімізується зважена сума квадратів цих поправок. Для нерівноточних вимірів мають бути визначені ваги, що враховують точність вимірів. Для рівноточних вимірів ваги дорівнюють одиниці.

Обов'язковою умовою методу найменших квадратів є наявність надлишкових вимірів.

Похибка (error) – відхилення результату виміру від істинного значення вимірюваної величини. На практиці істинне значення невідоме, похибки оцінюють за повторними вимірами тієї самої величини.

Груба похибка (blunder, rough error) – похибка, яка значно перевищує очікувану за даних умов похибку.

Систематична похибка (systematic error) – складова похибки виміру, що залишається постійною або закономірно змінюється за повторних вимірів.

Випадкова похибка (accidental error, casual error, erratic error, irregular error, random error) – складова похибки виміру, що змінюється випадково за повторних вимірів.

Нівелірна мережа (leveling net) – геодезична мережа, висоти пунктів якої над рівнем моря визначені геометричним нівелюванням.

Нівелірний репер (benchmark) – геодезичний знак, що закріплює пункт нівелірної мережі [6].

Нев'язка(closing error) – різниця між вимірним значенням величини та прийнятим за теоретичне.

3 СТРУКТУРА КУРСОВОЇ РОБОТИ ТА ЇЇ ОФОРМЛЕННЯ

Курсова робота «Зрівнювання нівелірної мережі параметричним методом» повинна мати такі складові частини:

1) розрахунково-пояснювальну записку, яка має містити анотацію українською та іноземною мовами (5–8 рядків), тезаурус базових термінів, характеристику параметричного методу зрівнювання геодезичних мереж, результати розрахунків, висновки та перелік використаних джерел;

2) графічну частину (у вигляді схеми нівелірної мережі з підписаними зрівняними значеннями вимірних перевищень).

У пояснювальній записці курсової роботи студент зобов'язаний відобразити тему, мету, завдання, вихідні дані та порядок виконання роботи, підготуватися до захисту (за контрольними питаннями).

Під час захисту курсової роботи необхідно відповісти на питання, що стосуються теоретичних і практичних аспектів зрівнювання геодезичних мереж за результатами вимірювань.

Розрахунково-пояснювальну записку набирають на комп'ютері на аркушах формату А4 (210x297 мм) обсягом до 30 сторінок, зброшуровують і нумерують наскрізно. Зразок титульної сторінки подано у додатку А. Зміст розрахунково-пояснювальної записки наведено у додатку В.

Під час оформлення курсової роботи необхідно розташувати текст, дотримуючись таких відстаней від країв аркуша: лівий – не менше 25 мм, верхній та нижній – не менше 20 мм, правий – не менше 10 мм. Основний текст повинен мати такі параметри: гарнітура – Times New Roman, кегль – 14, абзац – 1,25 см, міжрядковий інтервал – 1,5, вирівнювання – по ширині.

Назви розділів: гарнітура – Times New Roman, кегль – 14, великими літерами, шрифт – напівжирний, вирівнювання – по центру. Переноси в словах не допускаються. Кожний розділ починається з нової сторінки (але не підрозділ). Після назви розділу крапка не ставиться.

Назви підрозділів: гарнітура – Times New Roman, кегль – 14, малими

літерами (окрім першої), шрифт – напівжирний, вирівнювання – по лівому краю. Переноси в словах не допускаються. Якщо назва підрозділу має два речення, то вони розділяються крапкою. Після назви підрозділу крапка не ставиться.

Рисунки нумерують і підписують під рисунком шрифтом основного тексту, вирівнювання – по центру рисунка. На всі рисунки мають бути посилання у тексті, наприклад, «на рисунку 3.5 показано...» тощо. Рисунки необхідно розміщувати безпосередньо після посилання, де вони згадуються вперше, або на наступній сторінці.

Таблиці розміщують безпосередньо після тексту, у якому вони згадуються, або на наступній сторінці, якщо на попередній таблиця не поміщається. Текст таблиці виконують шрифтом основного тексту, в обґрунтованих випадках дозволяється записувати текст таблиці шрифтом, кегль якого 12, заголовки колонок подають напівжирним шрифтом, вирівнювання – по центру. Заголовки (назви) та нумерація таблиць: кегль – 14, шрифт – звичайний, вирівнювання – по ширині сторінки. На всі таблиці ПЗ мають бути наведені посилання в тексті ПЗ із зазначенням номера таблиці.

У вступі мають бути подані загальні відомості про предмет дослідження, розкрита сутність поставленого завдання, описані основні тенденції щодо математичного опрацювання геодезичних вимірів, акцентована актуальність використання саме параметричного методу зрівнювання нівелірної мережі.

У основній частині курсової роботи подається характеристика параметричного методу зрівнювання нівелірної мережі, формули для розрахунків та результати розв'язання задачі, які занесені до таблиць з посиланням на них у тексті. У висновках викладаються найбільш важливі результати роботи, зробленої під час розв'язання поставленого завдання.

Перелік використаних джерел слід розміщувати за послідовністю згадування джерел у тексті за їх наскрізною нумерацією. На всі джерела зі списку мають бути посилання в тексті курсової роботи.

Приклад оформлення графічної частини наведено в додатку Е.

4 ЗАВДАННЯ ТА ВИХІДНІ ДАНІ ДО КУРСОВОЇ РОБОТИ

Курсова робота з навчальної дисципліни «Математична обробка геодезичних вимірів» виконується на тему «Зрівнювання нівелірної мережі параметричним методом».

Завдання. Виконати зрівнювання нівелірної мережі з урахуванням вимірних значень перевищень h_i і довжин ходів L_i . Накреслити схему мережі на окремому аркуші із зазначенням зрівняних значень перевищень і висот вихідних пунктів (рис. 4.1).

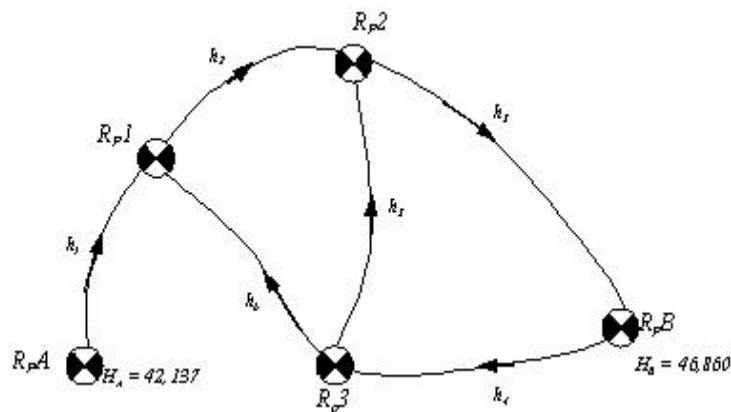


Рис. 4.1– Схема мережі №1 ($H_A = 42,137$ м; $H_B = 46,860$ м)

На схемі нівелірної мережі (рис. 4.1) напрямки ходів позначені стрілками та відповідають знакам вимірних перевищень.

Вихідні дані для розв'язання завдання для непарних варіантів узяти з табл. 4.1, для парних – з табл.4.2.

Номер варіанта відповідає номеру за списком у журналі.

Таблиця 4.1 – Вихідні дані для зрівнювання нівелірної мережі параметричним методом(для непарних варіантів)

Но мер варі анта	Перевищення, мм						Довжина ходу, км					
	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	h_6	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	+2352	+3182	-0803	-4803	+5602	+2431	10,6	12,5	8,7	7,0	8,8	9,6
3	+2358	+3183	-0806	-4802	+5603	+2430	10,7	12,6	8,6	7,1	8,9	9,7
5	+2357	+3184	-0805	-4806	+5604	+2433	10,8	12,7	8,5	7,2	9,0	9,8

Продовження табл. 4.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
7	+2360	+3185	-0804	-4807	+5606	+2435	10,6	12,8	8,4	7,3	9,1	9,9
9	+2353	+3181	-0803	-4810	+5605	+2437	10,5	12,9	8,3	7,4	9,2	10,0
11	+2354	+3180	-0807	-4811	+5608	+2432	10,9	13,0	8,2	7,5	9,3	10,1
13	+2359	+3184	-0808	-4809	+5610	+2434	11,0	12,4	8,6	6,9	9,4	10,2
15	+2358	+3179	-0810	-4808	+5609	+2431	11,1	12,3	8,2	6,8	9,5	10,3
17	+2356	+3178	-0806	-4801	+5611	+2429	11,2	12,2	8,9	6,7	9,6	10,4
19	+2353	+3181	-0805	-4800	+5602	+2428	10,5	12,1	9,0	6,6	9,7	10,5
21	+2361	+3183	-0807	-4804	+5601	+2427	10,7	12,0	7,9	7,0	8,7	10,6
23	+2360	+3180	-0809	-4811	+5603	+2430	10,8	13,8	8,0	7,6	8,6	10,7
25	+2357	+3179	-0810	-4808	+5607	+2435	12,0	13,6	8,1	7,7	9,1	9,7
27	+2354	+3185	-0811	-4801	+5610	+2434	11,6	13,5	8,8	7,8	9,0	10,0
29	+2350	+3179	-0812	-4808	+5604	+2432	11,8	13,8	8,8	7,9	9,2	10,6

Таблиця 4.2 – Вихідні дані для зрівнювання нівелірної мережі параметричним методом(для парних варіантів)

Номер варіан- та	Перевищення, мм						Довжина ходу, км					
	h ₁	h ₂	h ₃	h ₄	h ₅	h ₆	L ₁	L ₂	L ₃	L ₄	L ₅	L ₆
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	-1110	+2068	-0120	+0080	+4266,1	-2169,0	2,8	1,8	3,1	2,9	1,81	2,50
4	-1111	+2067	-0122	+0081	+4266,2	-2169,2	2,9	1,9	2,9	2,0	1,82	2,51
6	-1112	+2066	-0124	+0082	+4266,3	-2169,4	3,0	2,0	2,7	2,1	1,83	2,52
8	-1113	+2069	-0126	+0083	+4266,4	-2169,6	3,1	2,1	2,5	2,2	1,84	2,53
10	-1110	+2070	-0118	+0084	+4266,5	-2169,8	3,2	2,2	2,3	2,3	1,85	2,54
12	-1109	+2070	-0116	+0085	+4266,6	-2170,0	3,3	2,3	2,1	2,4	1,86	2,55
14	-1108	+2071	-0117	+0086	+4266,7	-2170,2	3,4	2,4	1,9	2,5	1,87	2,56
16	-1107	+2067	-0123	+0087	+4265,9	-2170,4	3,5	2,5	1,7	2,6	1,88	2,68
18	-1111	+2069	-0125	+0079	+4265,8	-2170,6	3,6	2,6	1,5	2,7	1,79	2,67
20	-1112	+2065	-0127	+0078	+4265,7	-2170,8	3,7	2,7	3,0	2,8	1,78	2,66
22	-1108	+2066	-0121	+0077	+4265,6	-2171,0	3,8	2,8	2,8	2,9	1,76	2,65
24	-1113	+2068	-0122	+0076	+4265,5	-2168,8	2,7	2,9	2,6	3,0	1,77	2,64
26	-1114	+2065	-0125	+0080	+4265,4	-2168,6	2,6	3,0	2,4	3,1	1,75	2,63
28	-1107	+2066	-0119	+0081	+4266,8	-2171,2	2,5	3,1	2,2	3,2	1,74	2,62
30	-1107	+2067	-0118	+0082	+4266,9	-2171,4	2,4	3,2	2,0	3,3	1,73	2,61

Перед початком роботи слід звернути увагу, що висоти вихідних реперів задані в метрах, а виміряні перевищення – в міліметрах, тому перед початком обчислень необхідно здійснити перехід до єдиних одиниць вимірювання.

5 РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

5.1 Характеристика параметричного методу зрівнювання геодезичних побудов

У геодезичній практиці, окрім необхідних k величин, завжди вимірюють r надлишкових величин, пов'язаних математичними співвідношеннями з необхідними для розв'язання задачі величинами. При цьому виникає можливість перевірити дотримання математичних співвідношень між результатами вимірювань та обчислити нев'язки. Наприклад, у трикутнику тріангуляції вимірюють три горизонтальні кути замість двох, яких, за наявності довжини однієї зі сторін, достатньо для знаходження третього кута. А відхилення суми трьох виміряних плоских кутів від 180° дає нев'язку, за якою можна зробити висновок про точність вимірювань.

Так, у мережі тріангуляції для обчислення координат її пунктів достатньо знати один базис і виміряти по два кути в кожному трикутнику (рис. 5.1).

Натомість для забезпечення вимоги дотримання необхідної точності обчислень у геодезичних мережах у наведеній (рис. 5.1) мережі тріангуляції необхідно виміряти додатково треті кути у трикутниках і вихідний (останній) базис (рис. 5.2).

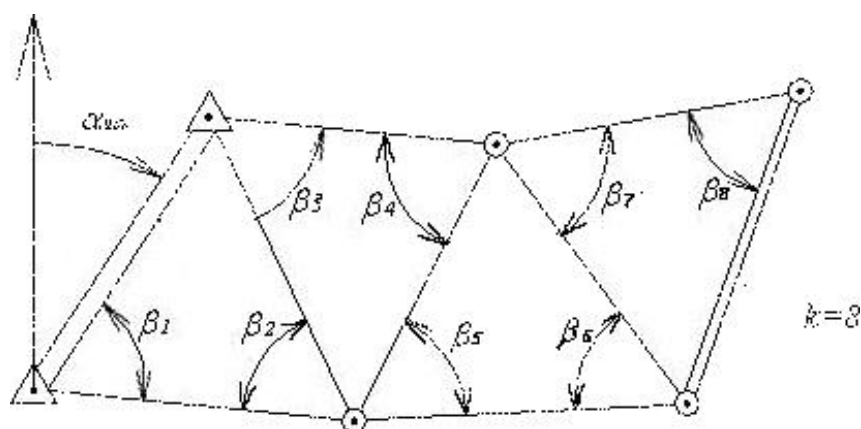


Рис. 5.1 – Схема визначення необхідних величин у ланці тріангуляції

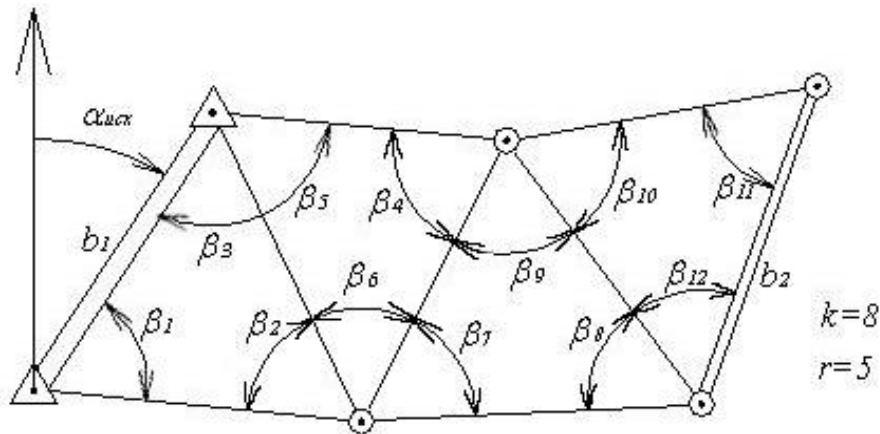


Рис. 5.2 – Схема визначення надлишкових величин у ланці триангуляції

Ці необхідні та надлишкові вимірювання, що математично пов'язані між собою, забезпечують надійний контроль одержаних результатів та їх вибраковування, підвищують точність шуканих величин і дозволяють виконати надійне оцінювання точності результатів вимірювань та їх функцій.

Приклади надлишкових геодезичних вимірювань:

- у трикутнику вимірюють усі три кути, хоча для його розв'язання за умови відомої сторони достатньо двох;
- пряму засічку здійснюють не менше, ніж за трьома напрямками, хоча достатньо двох і т. д.

Правила теорії похибок вимірювань не враховують математичні зв'язки між виміряними величинами. Тому під час спільної обробки вимірювань їх результати доводиться виправляти з урахуванням математичних співвідношень між ними.

Основне завдання спільної сумісної обробки взаємопов'язаних вимірювань, виконаних для визначення декількох невідомих величин, зводиться до ліквідації математичної невідповідності між ними, тобто полягає в усуненні нев'язок, а також в оцінюванні точності вимірювань та їх функцій. Такий вид процедури обробки геодезичних вимірювань називають зрівнюванням геодезичних побудов.

Метою зрівнювання є відшукання таких поправок v_i до вимірних значень

x_i , які дозволяють ліквідувати всі нев'язки. Окрім того, зрівнювання дозволяє підвищити точність визначених значень усіх шуканих величин.

Умова та причини виникнення задачі зрівнювання – це наявність надлишкових вимірних величин і неминучість випадкових похибок вимірювання.

Основними є два методи зрівнювання:

- параметричний (метод необхідних невідомих);
- корелатний (метод умов).

Окремі способи зрівнювання, що мають свої назви, є видозмінами або різними комбінаціями наведених методів (зрівнювання вимірювань однієї величини, групове зрівнювання, параметричний спосіб з надлишковими невідомими, спосіб умов з додатковими невідомими і т. д.)

Параметричний та корелатний методи ґрунтуються на принципі найменших квадратів.

Вимірювання кожного елемента геодезичної побудови виконується незалежно і супроводжується переважно випадковими похибками. Раніше було встановлено, що похибки геодезичних вимірювань підлягають закону нормального розподілу.

Густина нормального розподілу похибок обчислюють за формулою:

$$\varphi(\Delta_i) = \frac{1}{\sigma(x_i) \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-\Delta_i^2}{2\sigma^2(x_i)}} \quad (5.1)$$

Імовірність сукупності похибок $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$, згідно з теоремою добутку ймовірностей, визначається за формулою:

$$P(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta_1^2}{m_1^2} + \dots + \frac{\Delta_n^2}{m_n^2}\right)} \quad (5.2)$$

Очевидно, що $P(\Delta_1, \dots, \Delta_n) = \max$ за $\sum_1^n \frac{\Delta_i^2}{m_i^2} = \min$, або (для поправок v_i)

$$\sum_1^n \frac{v_i^2}{m_i^2} = \min.$$

Помноживши всі величини $\frac{v_i^2}{m_i^2}$ на v_i^2 та враховуючи, що вага $P_i = \frac{\mu^2}{m_i^2}$

отримують: $\sum_1^n P v_i^2 = \min.$

Отже, за умови дії випадкових похибок, що мають нормальний розподіл, обчислення за принципом найменших квадратів призводять до визначення найвірогідніших значень елементів геодезичної побудови. Результати зрівнювання за принципом найменших квадратів є обґрунтованими, незміщеними та ефективними оцінками результатів вимірювань.

Сутність параметричного методу зрівнювання геодезичних мереж можна відобразити на прикладі багаторазової лінійної засічки (рис. 5.3). На рис. 5.3 пункти 1, 2, 3, 4 – це вихідні пункти з відомими прямокутними координатами X_i, Y_i , які не отримують поправок у результаті зрівнювання. Відомі також середні квадратичні похибки m_i вимірювання довжин ліній d_i . Завдання параметричного методу зрівнювання лінійної засічки у цьому випадку полягає у визначенні найімовірніших значень координат пункту $P (\bar{X}_P, \bar{Y}_P)$.

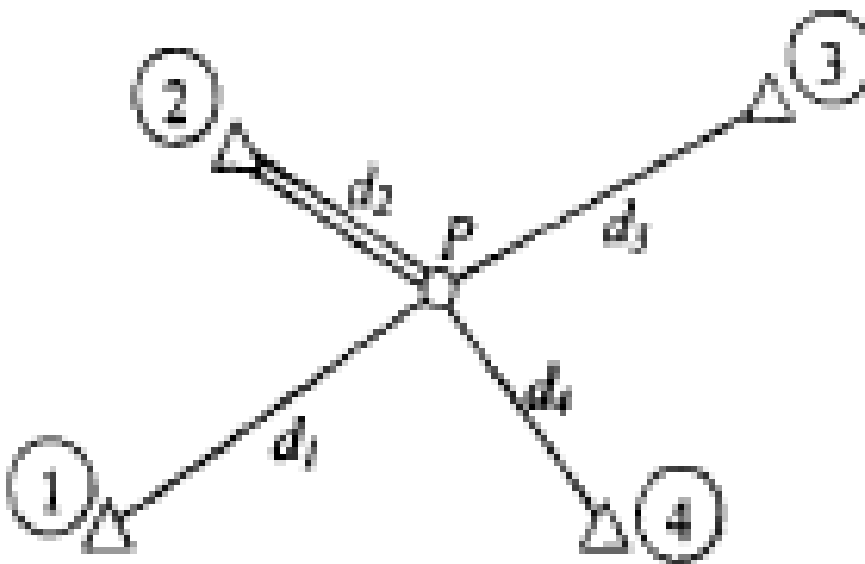


Рис.5.3 – Схема лінійної засічки

Під час параметричного зрівнювання параметрами зазвичай беруть шукані величини. У випадку лінійної засічки це координати (\bar{X}_P, \bar{Y}_P) . Для обчислення координат пункту P достатньо виміряти дві віддалі, наприклад, d_1 та

d_2 . Для схеми на рис. 5.3 надлишковими є два вимірювання d_3 та d_4 .

Зв'язок виміряних віддалей з координатами пункту Р можна записати:

$$d_i = \sqrt{(X_i - X_P)^2 + (Y_i - Y_P)^2}. \quad (5.3)$$

Таких рівнянь згідно із схемою на рис. 5.3 можна записати чотири. Оскільки невідомих величин тільки дві – X_P і Y_P , то задача має шість способів розв'язання (шість комбінацій по дві лінії). З отриманих шести значень координат достатньо визначити середньовагові.

Зрівнювання параметричним методом виконується інакше. За двома довільними лініями знаходять наближене значення шуканих координат, а потім визначають найімовірніші поправки до наближених координат.

У загальному вигляді (під час зрівнювання n параметрів):

$$\begin{cases} \bar{d}_1 = F_1(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \dots, \bar{T}_t) \\ \bar{d}_2 = F_2(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \dots, \bar{T}_t) \\ \dots \\ \bar{d}_n = F_n(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \dots, \bar{T}_t) \end{cases}, \quad (5.4)$$

де \bar{T}_i – зрівняні значення шуканих параметрів (координат); \bar{d}_i – зрівняні значення виміряних величин (ліній).

Система наведених рівнянь називається *параметричними рівняннями зв'язку*.

Замінюючи зрівняні значення \bar{d}_i на виміряні d_i з шуканими поправками v_i отримують:

$$\bar{d}_i = d_i + v_i. \quad (5.5)$$

Із виразів (5.4) і (5.5) виводять формули для визначення поправок v_i :

$$\begin{cases} v_1 = F_1(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \dots, \bar{T}_t) - d_1 \\ v_2 = F_2(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \dots, \bar{T}_t) - d_2 \\ \dots \\ v_n = F_n(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \dots, \bar{T}_t) - d_n \end{cases}. \quad (5.6)$$

Рівняння (5.6) називають *рівняннями поправок у загальному вигляді*.

Тоді задача зрівнювання полягає у знаходженні поправок v_i та параметрів \bar{T}_j .

Для розв'язання системи рівнянь (5.6) приводять функції F_i до лінійного вигляду, розклавши їх у ряд Тейлора та обмежившись першими членами розкладу. Це можливо, якщо попередньо відомі наближені значення параметрів T_j^0 . У наведеному прикладі за наближені значення параметрів X_p^0 і Y_p^0 можна прийняти значення координат, визначені за однією парою вимірних віддалей.

Тоді:

$$F_i(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \dots, \bar{T}_i) = F_i(T_1^0, T_2^0, \dots, T_i^0) + \frac{\partial F_i}{\partial T_1} \cdot \delta T_1 + \frac{\partial F_i}{\partial T_2} \cdot \delta T_2 + \dots + \frac{\partial F_i}{\partial T_i} \cdot \delta T_i. \quad (5.7)$$

Позначають часткові похідні:

$$\frac{\partial F_i}{\partial T_1} = a_i; \quad \frac{\partial F_i}{\partial T_2} = b_i; \dots; \frac{\partial F_i}{\partial T_i} = t_i. \quad (5.8)$$

Тоді отримують систему рівнянь (5.6) у лінійному вигляді:

$$v_i = a_i \delta T_1 + b_i \delta T_2 + \dots + t_i \delta T_i + F_i(T_1^0, T_2^0, \dots, T_i^0) - d_i. \quad (5.9)$$

Оскільки відомі значення вимірних величин d_i та наближені значення параметрів T_j^0 , тобто відомі функції $F_i(T_1^0, T_2^0, \dots, T_i^0)$, то останні два члена рівняння (5.9) беруть як вільні члени:

$$l_i = F_i(T_1^0, T_2^0, \dots, T_i^0) - d_i. \quad (5.10)$$

Підставивши вирази (5.9) та (5.10) у (5.6) одержують параметричні рівняння поправок у лінійному вигляді:

$$\begin{cases} v_1 = a_1 \delta T_1 + b_1 \delta T_2 + \dots + t_1 \delta T_i + l_1 \\ v_2 = a_2 \delta T_1 + b_2 \delta T_2 + \dots + t_2 \delta T_i + l_2 \\ \dots \\ v_n = a_n \delta T_1 + b_n \delta T_2 + \dots + t_n \delta T_i + l_n \end{cases}. \quad (5.11)$$

Істинні похибки Δ_i характеризуються тією самою вагою, що й результат вимірювання, проте поправка $v_i = -\Delta_i$. Тому можна вважати, що будь-яка поправка v_i в системі рівнянь має вагу, яка дорівнює вазі відповідного вимірювання d_i :

$$P_i = \frac{\mu^2}{m_i^2}, \quad (5.12)$$

де μ – середня квадратична похибка одиниці ваги; m_i – середня квадратична похибка результату вимірювання.

Проте система (5.11) має нескінченну множину розв'язків, оскільки є рівнянь та $(n+t)$ невідомих. Тому застосовують принцип найменших квадратів:

$$\Phi = [Pv^2] = \sum_{i=1}^n (a_i \delta T_1 + b_i \delta T_2 + \dots + t_i \delta T_i + l_i)^2. \quad (5.13)$$

Для визначення мінімуму функції Φ необхідно знайти похідні цієї функції за всіма аргументами v_i , тобто за δT_j , та прирівняти їх до нуля. Часткова похідна функції Φ за першим параметром δT_1 має вигляд:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial (\delta T_1)} = \sum_{i=1}^n 2P_i (a_i \delta T_1 + b_i \delta T_2 + \dots + t_i \delta T_i + l_i) a_i = 2 \sum_{i=1}^n (P_i a_i a_i \delta T_1 + P_i a_i b_i \delta T_2 + \dots + P_i a_i t_i \delta T_i + P_i a_i l_i) = 0. \quad (5.14)$$

Звідси отримують:

$$\left(\sum_{i=1}^n P_i a_i a_i \right) \delta T_1 + \left(\sum_{i=1}^n P_i a_i b_i \right) \delta T_2 + \dots + \left(\sum_{i=1}^n P_i a_i t_i \right) \delta T_i + \sum_{i=1}^n P_i a_i l_i = 0. \quad (5.15)$$

Далі визначають часткову похідну функції Φ за другим аргументом δT_2 :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial (\delta T_2)} = \left(\sum_{i=1}^n P_i b_i a_i \right) \delta T_1 + \left(\sum_{i=1}^n P_i b_i b_i \right) \delta T_2 + \dots + \left(\sum_{i=1}^n P_i b_i t_i \right) \delta T_i + \sum_{i=1}^n P_i b_i l_i = 0. \quad (5.16)$$

Аналогічно знаходять часткові похідні за всіма параметрами δT_j та, увівши позначення Гаусса, записують:

$$\begin{array}{l} D \\ \left\{ \begin{array}{l} [Paa] \delta T_1 + [Pab] \delta T_2 + \dots + [Pat] \delta T_i + [Pal] = 0 \\ [Pab] \delta T_1 + [Pbb] \delta T_2 + \dots + [Pbt] \delta T_i + [Pbl] = 0 \\ \dots \\ [Pat] \delta T_1 + [Pbt] \delta T_2 + \dots + [Ptt] \delta T_i + [Ptl] = 0 \end{array} \right. \\ D' \end{array} \quad (5.17)$$

Система (5.17) є системою нормальних рівнянь розміром $t \times t$, симетричною діагоналлю DD' . На цій діагоналлі розташовані завжди додатні квадратичні коефіцієнти. Неквадратичні коефіцієнти розміщують симетрично відносно головної діагоналі.

За допомогою розв'язання системи нормальних рівнянь (5.17) знаходять поправки δT_j до попередніх (наближених) значень шуканих параметрів та отримують зрівняні значення параметрів (координат). Знайдені значення δT_j

підставляють у систему рівнянь поправок (5.11). Визначають поправки у виміряні величини d_i і знаходять зрівняні значення довжин \bar{d}_i за формулою (5.5).

5.2 Виконання розрахунків зрівнювання нівелірної мережі параметричним методом

Порядок виконання розрахунків у курсовій роботі щодо зрівнювання нівелірної мережі параметричним методом ілюструє наведений нижче приклад (вихідні дані до якого знаходяться у табл. 5.1), за яким:

- 1) визначають зрівняні значення висот вузлових реперів 1, 2, 3;
- 2) обчислюють зрівняні значення виміряних за ходами перевищень;
- 3) виконують оцінювання точності нівелювання ходу завдовжки 1 км;
- 4) виконують оцінювання точності висоти зрівняного перевищення h_5 .

Обчислення виконують з точністю до 0,1 мм.

Таблиця 5.1 – Вихідні дані прикладу обчислень

№ ходу	L, км	h, мм	№ ходу	L, км	h, мм
1	11,8	+ 2360	4	7,9	- 4804
2	13,8	+ 3183	5	9,2	+ 5602
3	8,8	- 0806	6	10,6	+ 2428

1. Вибирають необхідні невідомі (параметри). Для знаходження висот H трьох вузлових реперів достатньо виміряти будь-які три перевищення, тому число необхідних параметрів $k=3$. Виміряні перевищення можна виразити через висоти марок і реперів, але для даної мережі нівелювання параметрами зручніше вибирати не самі перевищення, а зрівняні невідомі висоти вузлових реперів, тобто $t_1 = H_1$; $t_2 = H_2$; $t_3 = H_3$.

2. Обчислюють наближені значення параметрів.

Щоб поправки τ_i були мінімальними, беруть за наближені значення параметрів t_k^0 висоти вузлових реперів, обчислені по одному ходу від найближчого вихідного репера, тобто:

$$t_1^0 = H_A + h_1 = 42,137 + (+ 2,360) = 44,497 \text{ м};$$

$$t_2^0 = H_B - h_3 = 46,860 - (-0,806) = 47,666 \text{ м};$$

$$t_3^0 = H_B + h_4 = 46,860 + (-4,804) = 42,056 \text{ м}.$$

Зрівняні значення параметрів подають так:

$$t_1 = t_1^0 + \tau_1; \quad t_2 = t_2^0 + \tau_2; \quad t_3 = t_3^0 + \tau_3, \quad (5.18)$$

де t_i^0 – наближені значення параметрів; τ_i – поправки до параметрів.

3. Складають параметричні рівняння зв'язку (їх кількість відповідає кількості вимірних перевищень):

$$\begin{aligned} h_1 &= t_1 - H_A; \\ h_2 &= t_2 - t_1; \\ h_3 &= H_B - t_2; \\ h_4 &= t_3 - H_B; \\ h_5 &= t_2 - t_3; \\ h_6 &= t_1 - t_3. \end{aligned} \quad (5.19)$$

4. Складають параметричні рівняння поправок, які мають такий загальний вигляд:

$$v_i = a_{i1}\tau_1 + a_{i2}\tau_2 + \dots + a_{ik}\tau_k + l_i, \quad (5.20)$$

де v_i – i -та поправка до вимірюного перевищення; a_{ij} – коефіцієнти; l_i – вільні члени рівняння.

$$\left. \begin{aligned} a_{i1} &= \left(\frac{\partial \bar{h}_i}{\partial t_1} \right)_0; \quad a_{i2} = \left(\frac{\partial \bar{h}_i}{\partial t_2} \right)_0; \quad a_{i3} = \left(\frac{\partial \bar{h}_i}{\partial t_3} \right)_0 \\ l_i &= f_i(t_1^0, t_2^0, t_3^0) - h_i. \end{aligned} \right\} \quad (5.21)$$

Наприклад, для складання параметричного рівняння i -ї поправки, знаходять часткові похідні функції h_1 по t_1, t_2, t_3 . Так отримують коефіцієнти рівняння поправки:

$$h_1 = t_1 - H_A;$$

$$a_{11} = \left(\frac{\partial \bar{h}_1}{\partial t_1} \right)_0 = 1; \quad a_{12} = \left(\frac{\partial \bar{h}_1}{\partial t_2} \right)_0 = 0; \quad a_{13} = \left(\frac{\partial \bar{h}_1}{\partial t_3} \right)_0 = 0.$$

$$l_1 = t_1^0 - H_A - h_1 = 44497 - 42137 - 2360 = 0.$$

Рівняння першої поправки набуває вигляду:

$$v_1 = 1 \cdot \tau_1 + 0 \cdot \tau_2 + 0 \cdot \tau_3 + 0 \text{ або } v_1 = \tau_1.$$

Для другої поправки коефіцієнти:

$$h_2 = t_2 - t_1;$$

$$a_{21} = \left(\frac{\partial \bar{h}_2}{\partial t_1} \right)_0 = -1; \quad a_{22} = \left(\frac{\partial \bar{h}_2}{\partial t_2} \right)_0 = 1; \quad a_{23} = \left(\frac{\partial \bar{h}_2}{\partial t_3} \right)_0 = 0.$$

$$l_2 = t_2^0 - t_1^0 - h_2 = 47666 - 44497 - 3183 = -14.$$

Рівняння другої поправки набуває вигляду:

$$v_2 = -1 \cdot \tau_1 + 1 \cdot \tau_2 + 0 \cdot \tau_3 - 14 \text{ або } v_2 = -\tau_1 + \tau_2 - 14.$$

Аналогічно отримують ще чотири рівняння поправок:

$$v_3 = -\tau_2;$$

$$v_4 = \tau_3;$$

$$v_5 = \tau_2 - \tau_3 + 8;$$

$$v_6 = \tau_1 - \tau_3 + 13.$$

5. Обчислюють вагу P_i кожного вимірювання за формулою:

$$P_i = \frac{c}{L_i}, \quad (5.22)$$

Де L_i – довжина нівелірного ходу, км; c – довільно вибрана константа (значення константи підбирають так, щоб вага була близька до 1, у курсовій роботі можна брати значення $c = 10$).

6. Складають таблицю коефіцієнтів рівнянь поправок і нормальних рівнянь (таблиці 5.2, 5.3).

Таблиця 5.2 – Коефіцієнти рівнянь поправок і нормальних рівнянь

№ рядка	№ рівняння	Вага P_i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	l	S	v	plv
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	0,91	1	0	0	0	1		
2	2	0,78	-1	1	0	-14	-14		
3	3	1,20	0	-1	0	0	-1		
4	4	1,39	0	0	1	0	+1		
5	5	1,11	0	1	-1	+8	+8		
6	6	0,99	1	0	-1	+13	+13		

Продовження табл. 5.2

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7		S	+1	+1	-1	+7	+8	[plv]	
8		$\tau_1 =$	$\tau_2 =$	$\tau_3 =$				[pv ²]	
9	Сума		a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	l_i	S_i		
10		[pa _{1j}							
11		[pa _{2j}							
12		[pa _{3j}							
13		[pl _j							
14						[pSS]			

Стовпчик №3 табл. 5.2 заповнюють коефіцієнтами, які стоять перед τ_1 у шести рівняннях поправок, №4 – коефіцієнтами перед τ_2 , №5 – коефіцієнтами перед τ_3 , №6 – вільними членами рівнянь поправок.

У стовпчику №7 та рядку № 7 підбивають суми значень.

7. У рядках № 10–12 обчислюють коефіцієнти і вільні члени нормальних рівнянь. Алгоритм обчислення аналогічний порядку обчислення під час обробки рівноточних вимірювань, але кожного разу добуток коефіцієнтів a_i і a_j помножують на вагу P_i , тобто $N_{ij}=[pa_i a_j]$:

$$\begin{aligned}
 N_{11} &= P_1 \times a_{11} \times a_{11} + P_2 \times a_{21} \times a_{21} + P_3 \times a_{31} \times a_{31} + \dots + P_n \times a_{n1} \times a_{n1}; \\
 N_{12} &= P_1 \times a_{11} \times a_{12} + P_2 \times a_{21} \times a_{22} + P_3 \times a_{31} \times a_{32} + \dots + P_n \times a_{n1} \times a_{n2}; \\
 N_{22} &= P_1 \times a_{12} \times a_{12} + P_2 \times a_{22} \times a_{22} + P_3 \times a_{32} \times a_{32} + \dots + P_n \times a_{n2} \times a_{n2}; \\
 N_{13} &= P_1 \times a_{11} \times a_{13} + P_2 \times a_{21} \times a_{23} + P_3 \times a_{31} \times a_{33} + \dots + P_n \times a_{n1} \times a_{n3}; \\
 N_{23} &= P_1 \times a_{12} \times a_{13} + P_2 \times a_{22} \times a_{23} + P_3 \times a_{32} \times a_{33} + \dots + P_n \times a_{n2} \times a_{n3}; \\
 N_{33} &= P_1 \times a_{13} \times a_{13} + P_2 \times a_{23} \times a_{23} + P_3 \times a_{33} \times a_{33} + \dots + P_n \times a_{n3} \times a_{n3}; \\
 L_1 &= P_1 \times a_{11} \times l_1 + P_2 \times a_{21} \times l_2 + P_3 \times a_{31} \times l_3 + \dots + P_n \times a_{n1} \times l_n; \\
 L_2 &= P_1 \times a_{12} \times l_1 + P_2 \times a_{22} \times l_2 + P_3 \times a_{32} \times l_3 + \dots + P_n \times a_{n2} \times l_n; \\
 L_3 &= P_1 \times a_{13} \times l_1 + P_2 \times a_{23} \times l_2 + P_3 \times a_{33} \times l_3 + \dots + P_n \times a_{n3} \times l_n; \\
 L_4 &= P_1 \times l_1 \times l_1 + P_2 \times l_2 \times l_2 + P_3 \times l_3 \times l_3 + \dots + P_n \times l_n \times l_n; \\
 S_1 &= P_1 \times a_{11} \times s_1 + P_2 \times a_{21} \times s_2 + P_3 \times a_{31} \times s_3 + \dots + P_n \times a_{n1} \times s_n; \\
 S_2 &= P_1 \times a_{12} \times s_1 + P_2 \times a_{22} \times s_2 + P_3 \times a_{32} \times s_3 + \dots + P_n \times a_{n2} \times s_n; \\
 S_3 &= P_1 \times a_{13} \times s_1 + P_2 \times a_{23} \times s_2 + P_3 \times a_{33} \times s_3 + \dots + P_n \times a_{n3} \times s_n; \\
 S_4 &= P_1 \times l_1 \times s_1 + P_2 \times l_2 \times s_2 + P_3 \times l_3 \times s_3 + \dots + P_n \times l_n \times s_n; \\
 S_5 &= P_1 \times s_1 \times s_1 + P_2 \times s_2 \times s_2 + P_3 \times s_3 \times s_3 + \dots + P_n \times s_n \times s_n.
 \end{aligned} \tag{5.23}$$

Наприклад, для отримання значення коефіцієнта нормального рівняння, який знаходиться на перетині стовпчика № 3 і рядка № 10 ($N_{11}=[pa_1 a_1]$)

потрібно помножити стовпчик № 3 (a_{i1}) сам на себе й на стовпчик ваг вимірювань (№ 2) і скласти отримані значення:

$$N_{i1}=[pa_1a_1] = 1 \cdot 1 \cdot 0,91 + (-1) \cdot (-1) \cdot 0,78 + 0 \cdot 0 \cdot 1,20 + 0 \cdot 0 \cdot 1,39 + 0 \cdot 0 \cdot 1,11 + 1 \cdot 1 \cdot 0,99 = + 2,68.$$

Аналогічно розрахунок значення коефіцієнта L_1 (перетин стовпчика № 6 і рядка № 10) має вигляд: $L_1 = 1 \cdot 0 \cdot 0,91 + (-1) \cdot (-14) \cdot 0,78 + 0 \cdot 0 \cdot 1,20 + 0 \cdot 0 \cdot 1,39 + 0 \cdot 8 \cdot 1,11 + 1 \cdot 13 \cdot 0,99 = + 23,79$.

Обчислення проводять послідовно по рядках і в кінці кожного з них здійснюють контроль за формулою:

$$N_{i1}+N_{i2}+\dots+N_{in}+l_i=S_i. \quad (5.24)$$

Наприклад, для першого рядка: $2,68 - 0,78 - 0,99 + 23,79 = 24,70$.

Остаточний контроль виконують за формулами:

$$[p/S]=L_1 + L_2 + L_3 + [p/l], \quad (5.25)$$

$$[PSS] = [Pa_1S] + [Pa_2S] + [Pa_3S] + [P/S]. \quad (5.26)$$

За прикладом обчислень: $[p/S] = 23,79 - 2,04 - 21,75 + 391,23 = 391,23$;
 $[PSS] = 24,70 - 0,84 - 20,36 + 391,23 = 394,73$.

Таблиця 5.3 – Приклад заповнення таблиці 5.2

Номер рядка	Номер рівняння	Вага P_i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	l	S	v	plv
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	0,91	1	0	0	0	1		
2	2	0,78	-1	1	0	-14	-14		
3	3	1,20	0	-1	0	0	-1		
4	4	1,39	0	0	1	0	+1		
5	5	1,11	0	1	-1	+8	+8		
6	6	0,99	1	0	-1	+13	+13		
7		S	+1	+1	-1	+7	+8		$[plv]$
8		$\tau_1 =$	$\tau_2 =$	$\tau_3 =$					$[pv^2]$
9	Сума		$a_{i1}]$	$a_{i2}]$	$a_{i3}]$	$l_i]$	$S_i]$		
10		$[pa_{1j}$	+ 2,68	- 0,78	- 0,99	+ 23,79	+ 24,70		
11		$[pa_{2j}$	- 0,78	+ 3,09	- 1,11	- 2,04	- 0,84		
12		$[pa_{3j}$	- 0,99	- 1,11	+ 3,49	- 21,75	- 20,36		
13		$[pl_j]$				+ 391,23	+ 391,23		
14						$[pSS]$	+ 394,73		

8. Складають систему нормальних рівнянь для зрівнювання нівелірної мережі:

$$\begin{aligned}N_{11} \tau_1 + N_{12} \tau_2 + N_{13} \tau_3 + L_1 &= 0; \\ N_{21} \tau_1 + N_{22} \tau_2 + N_{23} \tau_3 + L_2 &= 0; \\ N_{31} \tau_1 + N_{32} \tau_2 + N_{33} \tau_3 + L_3 &= 0.\end{aligned}\tag{5.27}$$

За коефіцієнтами табл. 5.3 (рядки № 10–13) система має вигляд:

$$+ 2,68\tau_1 - 0,78\tau_2 - 0,99\tau_3 + 23,79 = 0;$$

$$- 0,78\tau_1 + 3,09\tau_2 - 1,11\tau_3 - 2,04 = 0;$$

$$- 0,99\tau_1 - 1,11\tau_2 + 3,49\tau_3 - 21,75 = 0.$$

9. Розв'язують систему нормальних рівнянь способом Гауса для визначення поправок τ_i до наближених значень параметрів t_i^0 (табл. 5.4).

Таблиця 5.4 – Розв’язання системи нормальних рівнянь*

Ряд	Дія				l	F	S	Контроль S
		τ_1	τ_2	τ_3				
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	N_{li}	2,68	-0,78	-0,99	23,79	0,00	24,70	
2	E_{li}	-1,0000	0,2910	0,3694	-8,8769	0,0000	-9,2164	-9,2165
3	N_{2i}		3,09	-1,11	-2,04	-1	-1,84	
4	$N_{12}E_{li}$		-0,2277	-0,2881	6,9240	0,0000	7,1888	
5	$N^{(1)}_{2i}$		2,8630	-1,3981	4,8840	-1,0000	5,3488	5,3489
6	E_{2i}		-1,0000	0,4883	-1,7059	0,3493	-1,8683	-1,8683
7	N_{3i}			3,49	-21,75	1	-19,36	
8	$N_{13}E_{li}$			-0,3657	8,7881	0,0000	9,1242	
9	$N^{(1)}_{23}E_{2i}$			-0,6827	2,3850	0,4884	3,5886	
10	$N^{(2)}_{3i}$			2,4416	-10,5769	1,4884	-6,6472	-6,6469
11	E_{3i}			-1,0000	4,3320	-0,6096	2,7225	2,7224
12	$N_4=[ll]$				391,23	0	391,23	
13	$N_{1L}E_{li}$				-211,1815	0,0000	-219,2582	
14	$N^{(1)}_{2L}E_{2i}$				-8,3316	-0,3493	-12,5363	
15	$N^{(2)}_{3L}E_{3i}$				-45,8191	-0,9073	-37,4591	
17	-[pvv]				125,8978	-1,2566	121,9764	
18	τ_3			4,3320	4,3320			
19	τ_2		0,4094	2,1153	-1,7059			
20	τ_1	-7,1576	0,1191	1,6002	-8,8769			

*Примітка. Порядок розв’язання системи нормальних рівнянь способом Гауса подано в додатку Г.

10. Складають рівняння оберненої ваги функції (перевищення). За умовою задачі необхідно виконати оцінювання точності зрівняного перевищення п’ятого ходу. Для цього виражають перевищення h_5 як функцію через прийняті зрівняні параметри (висоти). Тоді:

$$F = h_5 = t_2 - t_3. \quad (5.28)$$

Для обчислення оберненої ваги $1/P_F$ функції F в додаткову графу схеми Гауса (в рядки коефіцієнтів основних рівнянь, номер яких дорівнює індексу величини F_j) з протилежними знаками вписують значення часткових похідних:

$$f_1 = \left(\frac{\partial F}{\partial t_1} \right)_0 = 0; \quad f_2 = \left(\frac{\partial F}{\partial t_2} \right)_0 = +1; \quad f_3 = \left(\frac{\partial F}{\partial t_3} \right)_0 = -1.$$

У графі F виконують такі ж самі перетворення, як і у графі l .

Обернену вагу функції (перевищення п'ятого ходу) обчислюють за формулою:

$$-1/P_F = E_1 F_1 + E_2 F_{F2}^{(1)} + E_3 F_{F3}^{(2)}. \quad (5.29)$$

У прикладі обчислень: $-1/P_F = 0 - 0,3493 - 0,1072 = -0,4565$.

11. Здійснюють контроль розв'язання системи нормальних рівнянь:

$$+ 2,68 \cdot (-7,1576) - 0,78 \cdot 0,4094 - 0,99 \cdot 4,3320 + 23,79 = -0,00038;$$

$$- 0,78 \cdot (-7,1576) + 3,09 \cdot 0,4094 - 1,11 \cdot 4,3320 - 2,04 = -0,00054;$$

$$- 0,99 \cdot (-7,1576) - 1,11 \cdot 0,4094 + 3,49 \cdot 4,3320 - 21,75 = 0,00027.$$

12. Знайдені значення τ_i заносять до табл. 4.2.

13. За одержаними значеннями τ_1 , τ_2 і τ_3 та рівняннями поправок обчислюють поправки v_i в перевищення, які записують до графі № 8 табл. 5.3.

$$v_1 = \tau_1 = -7,1576;$$

$$v_2 = -\tau_1 + \tau_2 - 14 = 7,1576 + 0,4094 - 14 = -6,4330;$$

$$v_3 = -\tau_2 = -0,4094;$$

$$v_4 = \tau_3 = 4,3320;$$

$$v_5 = \tau_2 - \tau_3 + 8 = 0,4094 - 4,3320 + 8 = 4,0774;$$

$$v_6 = \tau_1 - \tau_3 + 13 = -7,1576 - 4,3320 + 13 = 1,5104.$$

Для контролю обчислюють $[p/V]$ у графі 9 табл. 4.3. При цьому $[p/V]$ має дорівнювати $[pV^2]$.

14. Обчислюють зрівняні значення параметрів – невідомих висот вузлових точок:

$$t_1 = H_1 = t_1^0 + \tau_1 = 44,497 - 0,007 = 44,490 \text{ м};$$

$$t_2 = H_2 = t_2^0 + \tau_2 = 47,666 + 0 = 47,666 \text{ м};$$

$$t_3 = H_3 = t_3^0 + \tau_3 = 42,056 + 0,004 = 42,060 \text{ м.}$$

15. Визначають зрівняні значення вимірних величин (перевищень) за формулою:

$$h_i = h_{\text{сум}} + V_i. \quad (5.30)$$

Результати і дані остаточного контролю зрівнювання заносять до табл.5.5.

Таблиця 5.5 – Результати обчислення зрівняних значень вимірних перевищень

Номер ходу	Вимірне перевищення h , м	$V_{i,}$ мм	Зрівняне перевищення h , м	Зрівняні зв'язки	Контрольне перевищення h , м
1	2	3	4	5	6
1	+ 2,360	- 0,007	+ 2,353	$t_1 - H_A$	+ 2,353
2	+ 3,183	- 0,006	+ 3,177	$t_2 - t_1$	+ 3,177
3	- 0,806	0	- 0,806	$H_B - t_2$	- 0,806
4	- 4,804	+ 0,004	- 4,800	$t_3 - H_B$	- 4,800
5	+ 5,602	+ 0,004	+ 5,606	$t_2 - t_3$	+ 5,606
6	+ 2,428	+ 0,002	+ 2,430	$t_1 - t_3$	+ 2,430

16. Проводять оцінювання точності результатів зрівнювання за такими похибками, як:

а) середня квадратична похибка одиниці ваги (перевищення ходу завдовжки 1 км) в мм, яку обчислюють за формулою:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pv^2]}{n - k}}; \quad (5.31)$$

де n – кількість вимірів (перевищень); k – кількість невідомих;

$$\mu = \sqrt{\frac{14,84}{6 - 3}} = 2,22.$$

б) похибка самої похибки одиниці ваги в мм, яку знаходять за формулою:

$$m_\mu = \frac{\mu}{\sqrt{2(n - k)}}; \quad (5.32)$$

$$m_{\mu} = \frac{2,22}{\sqrt{6}} = 0,91.$$

в) середня квадратична похибка на 1км ходу в мм, яку обчислюють за формулою:

$$m_{1\hat{e}i} = \frac{\mu}{\sqrt{\tilde{n}}}; \quad (5.33)$$

$$m_{1\hat{e}i} = \frac{2,22}{\sqrt{10}} = 0,70.$$

г) середня квадратична похибка функції (зрівняного перевищення h_5) в мм, яку визначають за формулою:

$$m_F = \mu \sqrt{\frac{1}{P_F}}; \quad (5.34)$$

$$m_{m_F} = m_{\mu} = \sqrt{\frac{1}{P_F}};$$

$$m_F = 2,22\sqrt{0,4565} = 1,50;$$

$$m_{m_F} = m_{\mu} = 0,68.$$

Після визначення середніх квадратичних похибок роблять висновок щодо точності зрівняних значень висот вузлових точок. Наприклад, під час виконання курсової роботи було зрівняно нівелірну мережу параметричним методом. Нівелірна мережа складається з п'яти пунктів, один з яких вузловий. В результаті зрівнювання отримано зрівняні значення виміряних за ходами перевищень та виконано оцінювання точності нівелювання.

6 КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Причини виникнення задачі сумісного зрівнювання кількох величин.
2. Застосування принципу найменших квадратів під час зрівнювання геодезичних мереж.
3. Основні методи врівноваження геодезичних мереж.
4. Основи параметричного методу врівноваження.
5. Параметри та рівняння поправок параметричного методу зрівнювання.
6. Нормальні рівняння параметричного методу зрівнювання.
7. Послідовність зрівнювання параметричним методом.
8. Застосування методу Гаусса для розв'язання нормальних рівнянь у задачах зрівнювання результатів вимірювань.
9. Обчислення суми $[pV^2]$ під час зрівнювання параметричним методом.
10. Складання параметричного рівняння поправок для перевищень.
11. Приведення рівнянь поправок до лінійного вигляду.
12. Контрольні співвідношення під час обчислення коефіцієнтів нормальних рівнянь.
13. Матричний запис нормальних рівнянь поправок.
14. Обчислення коефіцієнтів нормальних рівнянь.
15. Методи розв'язання системи нормальних рівнянь.
16. Контролі під час розв'язання нормальних рівнянь.
17. Перетворення нерівноточних вимірів у рівноточні.
18. Оцінювання точності результатів врівноваження параметричним методом.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Большаков В. Д., Гайдаев П.А. Теория математической обработки математических измерений. М., 1977. 367 с.
2. Большаков В. Д. , Маркузе Ю. И. Практикум по теории математической обработки математических измерений. М., 1984. 315 с.
3. Большаков В. Д., Маркузе Ю. И., Голубев В. В. Уравнивание геодезических построений. М., 1989. 222 с.
4. Видуев Н. Г., Григоренко А. Г. Математична обробка геодезичних вимірювань. К., 1978. 193 с.
5. Войтенко С. П. Математична обробка геодезичних вимірів. Теорія похибок вимірів. К., 2003. 216 с.
6. Геодезія. Терміни та визначення. ДСТУ 2393-94. К.: Держстандарт України, 1994. 65 с.
7. Лесных Н. Б. Метод наименьших квадратов на примерах уравнивания полигонометрических сетей: монография. Новосибирск: СГГА, 2007. 160 с.
8. Пічугін С. Ф. Математична обробка геодезичних вимірів. Полтава, 2006. 168 с.
9. Скейвалас И. М. Математическая обработка геодезических измерений. М., 1991. 293 с.

Зразок оформлення титульної сторінки курсової роботи

Додаток 27
до наказу в.о. ректора КрНУ
від 18 квітня 2016 року № 74-1

Форма № Н-6.01у

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО
Кафедра геодезії, землевпорядкування та кадастру

**КУРСОВИЙ ПРОЕКТ
(РОБОТА)**

з _____
(назва навчальної дисципліни)

на тему _____

Студента (ки) _____ курсу _____ групи
напряму підготовки _____
спеціальності _____

_____ (прізвище та ініціали)

Керівник _____

_____ (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Національна шкала _____

Кількість балів _____ Оцінка ECTS _____

Члени комісії

_____ (підпис)

_____ (прізвище та ініціали)

_____ (підпис)

_____ (прізвище та ініціали)

_____ (підпис)

_____ (прізвище та ініціали)

Зразок завдання на виконання курсової роботи

Форма № Н-9.01у

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

Кафедра _____

Навчальна дисципліна _____

Спеціальність _____

Курс ____ група _____ семестр _____

ЗАВДАННЯ

На курсовий проект (роботу) студенту

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи _____

2. Термін здачі студентом роботи _____

3. Вихідні дані до роботи _____

4. Зміст курсового проекту (перелік питань, що підлягають розробці) _____

5. Перелік графічного матеріалу _____

6. Дата видачі завдання _____

Календарний план

№ пор.	Назва етапів курсової роботи	Терміни виконання етапів роботи	Вказівки та зауваження викладача (із зачеком дати консультації)	Оцінювання етапів роботи		
				за націо- нальною шкалою	за шкалою ECTS	кількість балів
	Етап 1					
	Етап 2					
	Етап 3					
	...					
				(Усього балів не більше 60)		
	Захист			(не більше 40)		
	Разом					

Студент (ка) _____
(підпис)

Керівник _____
(підпис) (ініціали та прізвище)

« _____ » _____ 20 р.

Зміст розрахунково-пояснювальної записки

Вступ.....

1 Характеристика параметричного способу зрівнювання геодезичних побудов...

2 Порядок виконання розрахунків зрівнювання нівелірної мережі параметричним способом.....

Висновки

Список літератури

Додаток А Схема нівелірної мережі.....

Порядок розв'язання системи нормальних рівнянь способом Гауса

1. У рядок 1 записують коефіцієнти першого нормального рівняння.

2. Коефіцієнти першого нормального рівняння ділять на коефіцієнт N_{11} за першого невідомого в цьому рівнянні та записують результати з протилежними знаками. Отримують перший елімінаційний рядок (рядок2).

3. У рядок 3 записують коефіцієнти другого нормального рівняння, починаючи з квадратичного.

4. У рядок 4 заносять результати множення коефіцієнта N_{12} за другого невідомого в першому нормальному рівнянні на коефіцієнти першого елімінаційного рядка.

5. Додають елементи рядків 3 і 4 окремо по кожній графі та отримують коефіцієнти і вільний член другого нормального рівняння у перетвореному вигляді (рядок 5).

6. Ділять коефіцієнти другого перетвореного нормального рівняння на коефіцієнт $N_{22}^{(1)}$ за другого невідомого в цьому рівнянні та записують результати з протилежними знаками. Отримують другий елімінаційний рядок (рядок 6).

7. У рядок 7 виписують коефіцієнти третього нормального рівняння, починаючи з квадратичного.

8. У рядок 8 записують результати множення коефіцієнта N_{13} за третьому невідомого в першому нормальному рівнянні на коефіцієнти першого елімінаційного рядка.

9. У рядок 9 заносять результати множення коефіцієнта $N_{23}^{(1)}$ за третього невідомого у другому перетвореному нормальному рівнянні на коефіцієнти другого елімінаційного рядка.

10. Додають елементи рядків 7, 8 і 9 окремо по кожній графі та отримують коефіцієнти третього нормального рівняння в перетвореному вигляді (рядок 10).

11. Ділять коефіцієнти третього перетвореного нормального рівняння на коефіцієнт $N_{33}^{(2)}$ за невідомого в цьому рівнянні та записують результати з протилежними знаками. Отримують третій елімінаційний рядок (рядок 11).

12. У рядок 12 випишують значення $[p/l]$ та $[p/S]$.

13. У рядок 13 записують результати множення вільного члена L_1 першого нормального рівняння на коефіцієнти першого елімінаційного рядка.

14. У рядок 14 заносять результати множення вільного члена $L_2^{(1)}$ другого перетвореного нормального рівняння на коефіцієнти другого елімінаційного рядка.

15. У рядок 15 записують результати множення вільного члена $L_3^{(2)}$ третього перетвореного нормального рівняння на коефіцієнти третього елімінаційного рядка.

16. Додають елементи рядків 12, 13, 14 та 15 окремо по кожній графі та отримують значення $[pv^2]$ (рядок 16).

Невідомі τ_3 , τ_2 , τ_1 обчислюють за елімінаційними рівняннями в рядках 17, 18 та 19 за допомогою коефіцієнтів елімінаційних рядків, номери яких дорівнюють індексам відповідних невідомих.

Обчислення в схемі контролюють у рядках 2, 5, 6, 10, 11 та 16. Обчислені коефіцієнти та проміжні результати заокруглюють і заносять у схему з точністю, на два порядки вищою порівняно з точністю коефіцієнтів нормальних рівнянь. У коефіцієнтах елімінаційних рядків зберігають на один-два десяткових знаки більше, ніж в інших рядках.

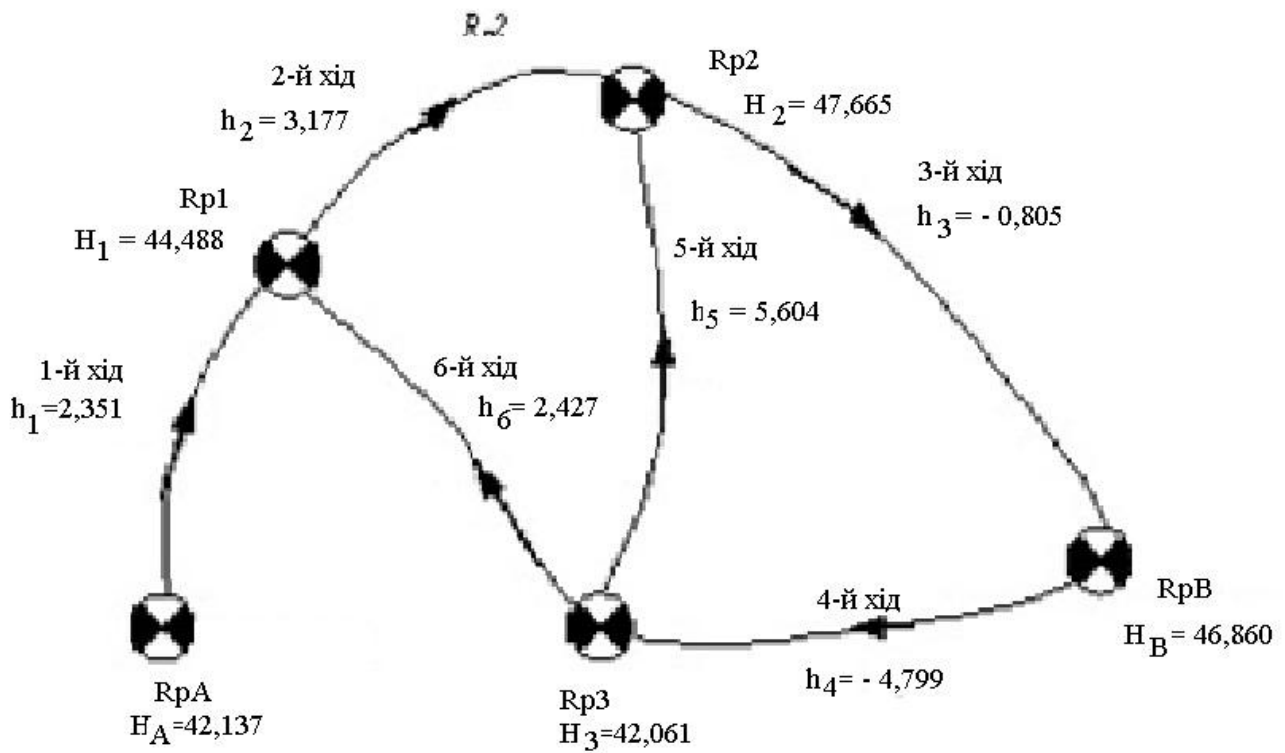
Умови захисту курсової роботи та критерії оцінювання знань студентів

Відмінно 90–100 «А»	Отримує студент, який під час виконання курсової роботи правильно застосовує теоретичні знання з теми, демонструє вміння виконувати правильні розрахунки і скласти правильні таблиці з посиланнями на них у тексті, формулює самостійні висновки на основі оцінювання точності результатів зрівнювання, чітко дотримується календарного графіка виконання роботи із захистом в установлений термін, на захисті роботи дає обґрунтовані відповіді
Добре 82–89 «В»	Виставляється за вчасне та якісне виконання курсової роботи за однієї-двох незначних помилок у розв'язанні системи нормальних рівнянь або інших розрахунках, що суттєво не впливають на результат, за незначні помилки у відповідях на питання комісії
Добре 74–81 «С»	Виставляється за вчасно виконану роботу з дотриманням усіх вимог з двома-трьома незначними помилками у розрахунках, пояснювальній записці чи у графічній частині, якщо таблиці, рисунки наведені з незначними порушеннями вимог щодо графічного і табличного матеріалу або на них не має посилань у тексті роботи. Сформовані висновки містять не завжди лаконічний та грамотний виклад результатів зрівнювання. Відповіді на питання комісії на захисті невпевнені
Задовільно 64–73 «Д»	Виставляється, якщо в пояснювальній записці чи графічній частині виявлені помилки, є порушення вимог до оформлення курсової роботи, помилки у відповідях на основні питання з теми роботи. Є незначні відхилення від календарного графіка виконання роботи із захистом в термін, пізніший за встановлені строки

<p>Задовільно 60–63 «Е»</p>	<p>Виставляється, якщо в роботі виявлені суттєві помилки, невірно обґрунтовані висновки, порушені вимоги щодо оформлення роботи та за грубі помилки у відповідях на запитання членів комісії. Присутні значні відхилення від календарного графіка виконання роботи із захистом в термін, пізніший за встановлені строки</p>
<p>Незадовільно 0–59 «FX/F»</p>	<p>Доцільна в тих ситуаціях, коли курсова робота доводить незнання більшої частини матеріалу. При цьому допущені суттєві помилки в розрахунках, таблицях і викладенні змісту роботи, висновок або відсутній, або сформульований неправильно. Проект виконаний зі значними відхиленнями від календарного графіка, під час захисту студент демонструє незнання більшості матеріалу, не вміє робити висновки</p>

Приклад оформлення графічної частини

СХЕМА НІВЕЛІРНОЇ МЕРЕЖІ ЗРІВНЯНА ПАРАМЕТРИЧНИМ СПОСОБОМ



Склав:

студент гр. ГЗ-17-1

Петренко А. М.

Методичні вказівки щодо виконання курсової роботи з навчальної дисципліни «Математична обробка геодезичних вимірів» для студентів денної та заочної форм навчання зі спеціальності 193 – «Геодезія та землеустрій» освітнього ступеня «Бакалавр»

Укладачі: к. т. н., доц. І. М. Шелковська,
к. т. н., старш. викл. П. Б. Міхно

Відповідальний за випуск зав. кафедри геодезії, землевпорядкування та кадастру В. В. Артамонов

Підп. до др. _____. Формат 60x84 1/16. Папір тип. Друк ризографія.
Ум. друк. арк. _____. Наклад _____ прим. Зам. № _____. Безкоштовно.

Видавничий відділ
Кременчуцького національного університету
імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600