

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
(найменування центрального органу управління освітою, власник)

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

(назва навчальної дисципліни)

ПРОГРАМА

нормативної навчальної дисципліни

підготовки БАКАЛАВР

спеціальностей 123 Комп'ютерна інженерія та 122 Комп'ютерні науки

**Кременчук
2020 рік**

РОЗРОБЛЕНО ТА ВНЕСЕНО: Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ: _____ к.т.н., доц. Сидоренко В. М.

Обговорено та рекомендовано до видання Президією Науково-методичної комісії за спеціальностями 123 «Комп'ютерна інженерія» та 122 «Комп'ютерні науки»

“ _____ ” _____ 20__ року, протокол № _____

ВСТУП

Програма вивчення нормативної навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки магістрів галузі знань «12 Інформаційні технології»

Предметом вивчення навчальної дисципліни є закономірності у випадкових явищах та процесах, які відбуваються у навколишньому середовищі, зокрема у комп'ютерних системах та мережах, і які мають властивість статистичної стійкості. Таким чином студент має оволодіти моделями і методами, які дозволяють вивчати дані закономірності і застосовувати їх в інженерній та науковій практиці.

Міждисциплінарні зв'язки: Дисципліна базується на знаннях з початкового курсу вищої математики. Матеріал курсу використовується при вивченні дисциплін: "Теорія інформації та кодування", "Алгоритми та методи обчислень", "Основи інтелектуального аналізу даних", "Надійність, контроль та діагностика комп'ютерних систем", "Захист інформації", "Проектування комп'ютерних систем", "Моделювання", "Організація обчислювальних процесів", "Обробка сигналів та зображень", "Експертні системи та системи штучного інтелекту", "Комп'ютерні системи", "Комп'ютерні мережі".

Програма навчальної дисципліни складається з таких змістових модулів:

Модуль 1. Теорія ймовірностей та ймовірнісні процеси.

Змістовий модуль 1. Випадкові події та їх аналіз

Змістовий модуль 2. Випадкові величини

Змістовий модуль 3. Системи і функції випадкових величин

Змістовий модуль 4. Випадкові процеси

Модуль 2. Математична статистика

Змістовий модуль 5. Математична статистика і обробка результатів вимірювань

Змістовий модуль 6. Перевірка статистичних гіпотез

Змістовий модуль 7. Прикладні методи математичної статистики

1. Мета та завдання навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни "Теорія ймовірностей та математична статистика" є набуття студентами професійних компетенцій та умінь і підготовка студентів до ефективного їх використання в учбовому процесі та подальшій інженерній та науковій діяльності.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни "Теорія ймовірностей та математична статистика" є придбання знань закономірностей випадкових явищ і вміння використовувати ймовірнісно-статистичні методи при аналізі та проектуванні апаратних і програмних складових комп'ютерних систем.

1.3. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні:

знати:

- визначення ймовірності (статистичне, класичне, геометричне, аксіоматичне);
- теореми додавання, множення ймовірностей, повної ймовірності, формулу Байеса;
- основні закони розподілень: біноміальний, Пуассона, геометричний, гіпергеометричний, рівномірний, нормальний, експоненціальний та ін.; їх числові характеристики;
- багатовимірний нормальний закон розподілення та його параметри;
- основи теорії кореляції випадкових величин;
- закон великих чисел, теореми Чебишова, Маркова, Бернуллі, центральну граничну теорему, теорему Муавра-Лапласа;
- точні вибіркові розподілення: „ χ -квадрат”, Стюдента, Фішера;
- основи статистичних методів визначення точкових та інтервальних оцінок параметрів розподілень; метод найменших квадратів; метод найбільшої правдоподібності;
- основи теорії перевірки статистичних гіпотез; методи перевірки статистичних гіпотез щодо закону розподілення; методи перевірки статистичних гіпотез щодо параметрів розподілень;
- основи кореляційного аналізу;

- основи однофакторного дисперсійного аналізу за Фішером; непараметричні аналоги однофакторного дисперсійного аналізу; методи множинних порівнянь;
- поняття найпростішого потоку подій;
- основні моделі випадкових процесів: процес Пуассона, вінеровський процес, марківський процес;
- початкові відомості про ланцюг Маркова.
- елементи систем масового обслуговування.

вміти:

- обчислювати ймовірності випадкових величин на основі статистичного, класичного, геометричного, аксіоматичного визначення з використанням комбінаторних формул;
- користуватися теоремами додавання та множення ймовірностей, формулами повної ймовірності та Байєса;
- знаходити математичне сподівання, дисперсію та середні квадратичні відхилення неперервних та дискретних випадкових величин;
- визначати коваріацію та коефіцієнт кореляції випадкових величин;
- використовувати закон великих чисел, теореми Чебишова, Маркова, Бернуллі при розв'язанні практичних задач;
- знаходити числові та функціональні статистичні характеристики вибірки;
- знаходити точкові та інтервальні оцінки характеристик вибірки;
- вміти формулювати та перевіряти гіпотези щодо моделі закону розподілення випадкової величини;
- вміти формулювати та перевіряти гіпотези щодо параметрів розподілення;
- розв'язувати типові задачі кореляційного, регресійного та дисперсійного аналізу;
- розв'язувати типові задачі теорії випадкових процесів, зокрема із застосування теорії СМО: складати граф станів СМО, систему диференціальних рівнянь, що її описує, розраховувати ймовірності станів та інші характеристики.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться 180 години / 6 кредитів ECTS.

Модуль 1. Теорія ймовірностей та ймовірнісні процеси.

Змістовий модуль 1. Випадкові події та їх аналіз

Змістовий модуль 2. Випадкові величини

Змістовий модуль 3. Системи і функції випадкових величин

Змістовий модуль 4. Випадкові процеси

Модуль 2. Математична статистика

Змістовий модуль 5. Математична статистика і обробка результатів вимірювань

Змістовий модуль 6. Перевірка статистичних гіпотез

Змістовий модуль 7. Прикладні методи математичної статистики

2. Інформаційний обсяг навчальної дисципліни

Модуль 1 Теорія ймовірностей та ймовірнісні процеси.

Змістовний модуль 1. Випадкові події та їх аналіз.

Тема 1. Основи комбінаторики.

Основні формули комбінаторики. Теорема про добуток шансів. Урни та кульки. Урнова схема: вибір без повернення та з урахуванням порядку. Урнова схема: вибір без повернення та без урахування порядку. Урнова схема: вибір з поверненням та з урахуванням порядку. Урнова схема: вибір з поверненням та без урахування порядку.

Тема 2. Класична ймовірнісна схема.

Основні поняття елементарної теорії ймовірностей. Предмет теорії ймовірностей. Статистичне визначення ймовірності. Простір елементарних подій. Операції над подіями (алгебра подій). Ймовірність на дискретному просторі елементарних подій. Класичне визначення ймовірності. Гіпергеометричний розподіл.

Тема 3. Геометрична ймовірність.

Задача про зустріч. Задача Бюффона. Парадокс Бертрана.

Тема 4. Аксиоматика теорії ймовірностей.

σ -алгебра подій. Аксиоми σ -алгебри. Поняття міри. Ймовірність як нормована міра. Аксиоми ймовірностей. Властивості ймовірностей, що витікають з аксіом.

Тема 5. Умовна ймовірність, незалежність.

Умовна ймовірність. Незалежність. Формула повної ймовірності. Формула Байеса.

Тема 6. Схема Бернуллі.

Розподіл числа успіхів у n випробуваннях. Найбільш ймовірне число успіхів. Номер першого успішного випробування. Наближення гіпергеометричного розподілу біноміальним. Наближені формули Лапласа. Наближена формула Пуассона.

Змістовний модуль 2. Випадкові величини.

Тема 7. Дискретні випадкові величини.

Закони розподілу дискретних випадкових величин. Біноміальний розподіл. Розподіл Пуассона. Геометричний розподіл. Гіпергеометричний розподіл. Числові характеристики дискретних випадкових величин. Математичне сподівання дискретної випадкової величини. Дисперсія дискретної випадкової величини. Начальні та центральні моменти k -го порядку. Числові характеристики деяких дискретних законів.

Тема 8. Функція розподілу ймовірностей випадкової величини.

Неперервні випадкові величини. Щільність розподілу. Числові характеристики. Представлення функції розподілу та щільності розподілу дискретної випадкової величини за допомогою функції Хевісайда та δ -функції Дірака.

Тема 9. Числові характеристики неперервних випадкових величин.

Числові характеристики неперервних випадкових величин: математичне сподівання, дисперсія, початкові та центральні моменти k -го порядку. Закони

розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини: рівномірний, експоненціальний, нормальний. Властивості нормального розподілу. Правило «трьох сигм». Розподіл Вейбулла. Розподіл Парето.

Змістовий модуль 3. Системи і функції випадкових величин.

Тема 10. Багатовимірні випадкові величини.

Функція розподілу багатовимірної випадкової величини. Властивості функції сумісного розподілу. Типи багатовимірних розподілів. Властивості щільності сумісного розподілу. Залежність та незалежність випадкових величин.

Система двох випадкових величин. Числові характеристики системи двох випадкових величин. Кореляційний момент. Коефіцієнт кореляції. Властивості коваріації. Властивості коефіцієнта кореляції.

Тема 11. Корельованість та залежність випадкових величин.

Корельованість та залежність випадкових величин. Поняття регресії. Рівняння лінійної регресії для двох випадкових величин. Метод найменших квадратів (МНК). Лінійна кореляція. Нормальна кореляція.

Тема 12. Перетворення випадкових величин.

Закони розподілення функцій випадкових аргументів. Перетворення однієї випадкової величини. Закон розподілення монотонної функції одного випадкового аргументу. Закон розподілення лінійної функції від аргументу, що підпорядковується нормальному закону. Закон розподілення немонотонної функції одного випадкового аргументу.

Функції від двох випадкових величин. Приклади використання формули згортки.

Тема 13. Закон великих чисел.

Попередні зауваження. Нерівність Чебишова. Закон великих чисел у формі Чебишова. ЗВЧ у формі Бернуллі. ЦГТ.

Змістовий модуль 4. Випадкові процеси.

Тема 14. Найпростіший потік подій.

Випадкові процеси. Процес Пуассона. Вінеровський процес. Марківський процес.

Тема 15. Елементи теорії СМО.

Модель черги на базі теорії СМО. Загальні відомості про СМО. n – канална СМО без черги. Граф станів СМО « n -клієнтів - сервер». Диференціальні рівняння і розрахунок ймовірності станів СМО. n – канална СМО з чергою. Задача обслуговування найпростішого потоку подій СМО з очікуванням та експоненціальним часом обслуговування.

Початкові відомості про ланцюг Маркова. Однорідний ланцюг Маркова. Перехідні ймовірності. Матриця переходу. Рівняння Маркова.

Модуль 2. Математична статистика.

Змістовий модуль 5. Математична статистика і обробка результатів вимірювань.

Тема 16. Основи вибіркового методу.

Поняття вибірки. Статистичний розподіл. Інтервальний статистичний розподіл. Міркування щодо вибору кількості інтервалів інтервальної таблиці. Гістограма і полігон. Вибіркові: математичне сподівання, дисперсія, моменти вищих порядків, асиметрія, ексцес, медіана. Емпірична функція розподілу. Теорема Гливенко. Теорема Колмогорова, довірчі межі для емпіричної функції розподілу.

Тема 17. Точкові статистичні оцінки.

Точкові статистичні оцінки. Метод моментів та метод максимальної правдоподібності. Незміщені, обґрунтовані та ефективні оцінки. Нерівність Крамера-

Рао. Точкові оцінки параметрів розподілів: нормального, рівномірного, експоненціального, Коші, логнормального, Пуассона, Бернуллі, біноміального.

Тема 18. Точні вибіркові розподілення.

Точні вибіркові розподіли, їхня сутність. Теореми про точне представлення для χ^2 -розподілу, розподілу Стюдента, розподілу Фішера.

Тема 19. Інтервальні статистичні оцінки

Інтервальні оцінки (ІО). ІО для параметрів нормального розподілу. ІО параметрів розподілів: рівномірного, експоненціального, Пуассона, Бернуллі. Загальний підхід до інтервального оцінювання на основі ЦГТ.

Змістовий модуль 6. Перевірка статистичних гіпотез.

Тема 20. Статистичні гіпотези. Основні поняття.

Нульова(основна) та альтернативна(конкуруюча) Проста і складна статистичні гіпотези. Статистичний критерій, критичні точки. Поняття критичної області. Лівостороння, правостороння та двостороння критичні області. Похибка першого та другого роду. Потужність статистичного критерію.

Тема 21. Перевірка статистичних гіпотез щодо закону розподілення.

Перевірка статистичної гіпотези щодо виду математичної моделі закону розподілу випадкової величини. Параметричні та непараметричні критерії. Критерії χ^2 -Пірсона, Романовського, Смірнова-Колмогорова, ω^2 .

Тема 22. Перевірка статистичних гіпотез щодо параметрів розподілень випадкових величин.

Перевірка статистичних гіпотез щодо рівності математичних сподівань двох вибірок. Пов'язані та непов'язані вибірки.

Перевірка статистичної гіпотези щодо однорідності дисперсій; критерії Фішера, Бартлетта, Кохрена. Проблеми робастності статистичних критеріїв.

Змістовий модуль 7. Прикладні методи математичної статистики

Тема 23. Основи дисперсійного аналізу.

Однофакторний дисперсійний аналіз за Фішером. Загальна, факторна та залишкова суми квадратів відхилень. Модель даних та оцінка її параметрів. Зв'язок між загальною, факторною та залишковою сумами. Загальна, факторна та залишкова суми квадратів відхилень. Порівняння декількох середніх методом дисперсійного аналізу.

Оцінка впливу фактора. Методи множинних порівнянь Тьюкі та Шеффе.

Дисперсійний аналіз з повтореннями.

Тема 24 Основи кореляційного аналізу.

Елементи теорії кореляції. Функціональна, статистична та кореляційна залежність. Умовні середні. Кореляційна таблиця. Точкова та інтервальна оцінки коефіцієнта кореляції Пірсона. Перевірка значимості оцінки коефіцієнта кореляції.

Непараметрична кореляція. Номінальні та порядкові шкали. Коефіцієнти кореляції Спірмена та Кендала.

Тема 25 Основи регресійного аналізу.

Елементи регресійного аналізу. Передумови лінійної регресії. Вибіркове рівняння лінійної регресії. МНК-оцінки рівняння лінійної регресії. Перевірка значимості коефіцієнтів моделі, критерій Стюдента. Перевірка адекватності, критерій Фішера та коефіцієнт детермінації.

Внутрішньо лінійні регресійні моделі. Лінеаризація нелінійних моделей.

3. Рекомендована література

Основна

1. Чистяков В. П. Курс теории вероятностей: Учеб. - 3-е изд., испр. - М.: Наука, Гл. Ред. Физ.-мат. Лит. - 1987.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. Пособие для вузов. Изд-е 5-е, перераб и доп., М., "Высш. Школа", 1977.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М.: Высшая школа, 1977 г.
4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. Учеб. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский Ч. В. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: «Наука», 1969 г. Андрухаев Х. М. Сборник задач по теории вероятностей. М.: «Просвещение», 1985 г. Вентцель Е. С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей. М.: «Наука», 1973 г. Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. М.: Высшая школа, 1987 г.
5. Пугачев В. С. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. З. Павловский. Введение в математическую статистику. - М., "Статистика", 1967.
6. С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д, Мешалкин. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. Справочное издание. - М.: Финансы и статистика, 1983.
7. А.В. Крайников, Б.А. Курдинов и др. Вероятностные методы в вычислительной технике: Учебное пособие для вузов по спец. ЭВМ/ и др. Под ред. А.Н. Лебедева и Е.А. Чернявского. - М.: Высш. шк., 1986.
8. Методика установления вида математической модели распределения погрешностей МИ 199-79.
9. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим: Методические рекомендации. Часть I. Критерии типа χ^2 . Проект, 2-я редакция, Издательство стандартов, Москва.

Допоміжна

1. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ: В 2-х кН. Кн. 1/ Пер.с англ. – 2-е изд., перераб. И доп. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 366 с.

2. С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д, Мешалкин. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. Справочное издание. - М.: Финансы и статистика, 1983.

3. В. П. Боровиков, И. П. Боровиков. STATISTICA - Статистический анализ и обработка данных в среде Windows. - М.: Информационно-издательский дом "Филин", 1997.

4. В. П. Боровиков. Популярное введение в программу STATISTICA. - М.: КомпьютерПресс, 1998

4. Форма підсумкового контролю успішності навчання іспит.

5. Засоби діагностики успішності навчання 1 розрахункова робота, 2 тестових випробування, захист звітів з лабораторних робіт, опитування.