МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ
ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ЩОДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНИХ РОБІТ
З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
«ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА»

ДЛЯ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ
ПЕРШОГО (БАКАЛАВРСЬКОГО) РІВНЯ ДЕННОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ
ЗІ СПЕЦІАЛЬНОСТІ 123 – «КОМП'ЮТЕРНА ІНЖЕНЕРІЯ»
ОСВІТНЬО-ПРОФЕСІЙНОЇ ПРОГРАМИ «КОМП'ЮТЕРНА ІНЖЕНЕРІЯ»

КРЕМЕНЧУК 2024

Методичні вказівки щодо виконання розрахунково-графічних робіт з навчальної дисципліни «Дискретна математика» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня денної форми навчання зі спеціальності 123 – «Комп'ютерна інженерія» освітньо-професійної програми «Комп'ютерна інженерія»

Укладач д. т. н., проф. І. Г. Оксанич

Рецензент д. т. н., проф. І. В. Шевченко

Кафедра автоматизації та інформаційних систем

Затверджено методичною радою Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського

Протокол № 1 від 10.09 2024 року

Голова методичної ради _____ проф. Віктор КОСТІН

ЗМІСТ

Вступ……4
1 Рекомендації щодо написання й оформлення розрахунково-графічних робіт.....7
2 Завдання до розрахунково-графічних робіт……12
Завдання 1 Застосування теорії множин як засобу подання інформації…….....12
Завдання 2 Застосування теорії графів у комп'ютерних інформаційних технологіях.....20
3 Критерії оцінювання знань здобувачів…….……..31
Список літератури……34
Додаток А Зразок оформлення титульної сторінки розрахунково-графічної роботи……36

ВСТУП

Оскільки фундаментальною ідеєю щодо відображення реального світу в комп'ютері є ідея дискретизації об'єктів, то для ефективної роботи на комп'ютері необхідно навчитися будувати моделі реальних об'єктів і процесів. Досить часто такими моделями можуть бути конструкції дискретної математики, такі як: автомат, граф, формула, алгоритм тощо. Вивчення основного інструментарію дискретної математики під час розв'язання прикладних задач забезпечить подальше опанування та створення нових комп'ютерних інформаційних технологій різноманітного призначення.

Навчальна дисципліна «Дискретна математика» призначена для підготовки здобувачів до самостійного розв'язання теоретичних і прикладних задач з використанням сучасних інформаційних технологій.

Предметом вивчення навчальної дисципліни «Дискретна математика» є основні положення теорії множин та теорії графів (основні поняття, основні оптимізаційні задачі на графах і способи їх розв'язання).

Мета навчальної дисципліни: отримання фундаментальної підготовки здобувачами з теорії дискретних систем.

Завдання навчальної дисципліни: отримання здобувачами теоретичних і практичних засад з теорії множин, теорії графів (основні поняття, основні оптимізаційні задачі на графах і способи їх розв'язання) й уміння застосовувати отримані знання для розв'язання прикладних задач у галузі інформаційних технологій.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми здобувачі повинні

знати:

– історію розвитку математичного апарату, орієнтованого на формалізацію дискретних процесів;

– основні теоретичні відомості з теорії множин;

– основні поняття теорії графів;

– основні оптимізаційні задачі на графах;

– способи розв’язання оптимізаційних задач на графах;

– методи дискретної математики в галузі опису й формалізації дискретних процесів;

уміти:

– використовувати апарат дискретної математики для формалізації та математичного опису задач, що виникають у сфері науки та виробництва;

– поєднати прикладні задачі з відповідними моделями множин, функцій, а також надавати інтерпретацію відповідних операцій;

– виконувати перехід від словесного подання знань до їх математичного вигляду;

– розв’язувати основні оптимізаційні задачі на графах;

– моделювати задачі інформатики з використанням графів;

– поєднати графи зі структурами даних, алгоритмами й обчислюваннями;

– застосовувати отримані знання для розв’язання прикладних задач з програмування, організації баз даних і знань, комп’ютерних мереж тощо.

Компетентності та програмні результати навчання

Навчальна дисципліна «Дискретна математика» (ООК 10) забезпечує формування таких **компетентностей.**

ІК. Здатність розв’язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми під час професійної діяльності в комп’ютерній галузі або навчання, що передбачає застосування теорії та методів комп’ютерної інженерії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК 1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК 2. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК 3. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК 7. Вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми.

ФК 15. Здатність аргументувати вибір методів розв’язування спеціалізованих задач, критично оцінювати отримані результати, обґрунтовувати та захищати прийняті рішення.

Засвоєння змісту навчальної дисципліни забезпечує формування таких **програмних результатів**.

ПРН 1. Знати і розуміти наукові положення, що лежать в основі функціонування комп'ютерних засобів, систем та мереж.

ПРН 3. Знати новітні технології в галузі комп'ютерної інженерії.

ПРН 7. Вміти розв'язувати задачі аналізу та синтезу засобів, характерних для спеціальності.

ПРН 8. Вміти системно мислити та застосовувати творчі здібності до формування нових ідей.

ПРН 16. Вміти оцінювати отримані результати та аргументовано захищати прийняті рішення.

ПРН 17. Спілкуватись усно та письмово з професійних питань українською мовою та однією з іноземних мов (англійською, німецькою, італійською, французькою, іспанською).

ПРН 19. Здатність адаптуватись до нових ситуацій, обґрунтовувати, приймати та реалізовувати у межах компетенції рішення.

1 РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО НАПИСАННЯ Й ОФОРМЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНИХ РОБІТ

Контрольна робота складається із двох завдань. Варіант вибирають за номером у журналі академічної групи.

Обсяг роботи не має перебільшувати 5–7 сторінок формату А4 машинописного тексту, оформленого згідно з діючими стандартами.

Зразок оформлення титульної сторінки контрольної роботи наведено в додатку А.

Список використовуваної літератури оформлюють відповідно до вимог ДСТУ щодо оформлення науково-технічної документації, він має містити не більше 8–10 літературних джерел.

Оформлення основного тексту розрахунково-графічних робіт

З усіх чотирьох боків аркуша мають бути залишені поля розміром 20 мм, заповненість сторінки має становити 80 % від її загального обсягу.

Текст виконують комп'ютерним способом, шрифтом гарнітурою Times New Roman, розміром 14 пунктів через півтора міжрядкових інтервала. Заголовок розділу, підрозділу від попереднього тексту відокремлюють трьома інтервалами. Відступ від назви підрозділу (пункту, підпункту) до наступного тексту має складати півтора інтервала.

Назви розділів і підрозділів для зручності читання потрібно виділяти напівжирним шрифтом, а визначення понять у тексті та термінів – курсивом.

Розділи повинні мати порядкову нумерацію в межах викладення суті змісту й позначатися арабськими цифрами без крапки.

Підрозділи повинні мати порядкову нумерацію в межах кожного розділу. Номер підрозділу складається з номера розділу й порядкового номера підрозділу, відокремлених крапкою. Після номера підрозділу крапку не ставлять.

Застосування такої системи нумерації відповідає вимогам ДСТУ 3008–95 і спрощує обробку документів, уніфікує їх, оскільки не надає можливість не вживати словесних найменувань і символів.

Сторінки роботи нумерують арабськими цифрами. Нумерація починається з титульної сторінки та є наскрізною. На титульній сторінці, листку завдання й рефераті номер сторінки не зазначають.

Для пояснення тексту, що викладається, допускається ілюструвати його графіками, діаграмами, схемами, кресленнями, фотознімками тощо. Ілюстрації, уміщувані в тексті, є рисунками.

Виконання креслень і схем, які є ілюстраціями, має відповідати вимогам стандартів ЄСКД, діаграм і графіків – нормативному документу Р50-77. Написи на рисунку виконують креслярським шрифтом.

Рисунки мають бути пронумеровані в межах розділу арабськими цифрами.

Наприклад: Рисунок 1.1 – перший рисунок першого розділу.

Запис розміщують під рисунком симетрично до тексту. Рисунок може мати найменування й пояснювальні дані (підрисунковий текст).

Найменування має відображати зміст рисунка та бути коротким. Його розміщують після номера рисунка через тире й виконують малими літерами з першої великої.

Рисунок слід розміщувати після першої згадки про нього в тексті.

Для зручності зіставлення показників і наочності цифровий матеріал зазвичай оформляють у вигляді таблиць, що відповідають вимогам чинних нормативних документів (ДСТУ 1.5-93, ДСТУ 3008-95).

Нумерують таблиці, якщо їх більше однієї в документі, арабськими цифрами. Система нумерації має бути індексаційною, тобто номер складається з номера розділу й порядкового номера таблиці, відокремлених крапкою (напр., «Таблиця 1.3» – третя таблиця першого розділу).

Слово «Таблиця» зазначають раз зліва над першою частиною таблиці. Найменування таблиці записують після її номера через риску з великої літери.

Назва таблиці визначає її тему й зміст і має бути точною, виразною, лаконічною й відповідати змісту таблиці. Якщо таблицю переносять на наступні сторінки, то назву не повторюють, а пишуть: «Продовження табл. 3» або «Закінчення табл. 2». Назву можна не надавати, якщо таблиця не має самостійного значення, тобто потрібна під час читання основного тексту. У продовженні таблиці на наступних сторінках допускається заміна заголовків граф їх нумерацією арабськими цифрами. У головці таблиці необхідно подати нумерацію граф. Нумерацію граф і рядків таблиці застосовують і тоді, коли на них треба робити посилання в тексті документа. Для розмежування рядків таблиці використовують горизонтальні й вертикальні лінії. Розділяти заголовки й підзаголовки боковика і граф діагональними лініями не допускається. Увесь текст таблиці має бути набрано через один інтервал шрифтом гарнітурою Times New Roman, розміром 14 пунктів.

Заголовки граф наводять переважно в називному відмінку однини без довільного скорочення слів.

Формули й рівняння розташовують безпосередньо після тексту, у якому вони згадуються, з нового рядка посередині сторінки.

Під час написання формул необхідно дотримуватися далі зазначених розмірів символів і стилів їх написання.

Розміри:

Звичайний	14 пт
Великий індекс	10 пт
Дрібний індекс	7 пт
Великий сивол	24 пт
Дрібний символ	12 пт

$$(1+B)^2 \sum_{p=1} X^{kp}_{n_k}$$

Стилі:

Стиль	Шрифт	Формат символів	
		Напівжирний	Похилий
Текст.....	Times New Roman	☐	☐
Функція.....	Times New Roman	☐	☑
Змінна.....	Times New Roman	☐	☑
Мал.грецькі.....	Symbol	☐	☐
Вел.грецькі.....	Symbol	☐	☐
Символ.....	Symbol	☐	☐
Матриця-вектор...	Times New Roman	☑	☐
Числа.....	Times New Roman	☐	☐
Мова:			
Стиль “Текст”	Будь-який		
Інші стилі	Будь-який		

Формули й рівняння у рукописі (за винятком формул і рівнянь, наведених у додатках) слід нумерувати порядковою нумерацією в межах розділу.

Номер формули або рівняння складається з номера розділу і порядкового номера формули або рівняння, відокремлених крапкою, наприклад, формула (1.3) – третя формула першого розділу.

Номер формули або рівняння зазначають арабськими цифрами на рівні формули або рівняння в дужках у крайньому правому положенні на рядку.

Пояснення позначень величин і числових коефіцієнтів, якщо вони не пояснені раніше в тексті, мають бути наведені безпосередньо під формулою з нового рядка з абзацу зі слова «де» без двокрапки у тій послідовності, у якій вони наведені у формулі. Після формули перед словом «де» ставиться кома. Пояснення значення кожного символу та числового коефіцієнта слід подавати з нового рядка через крапку з комою.

Якщо необхідно навести числове значення величини, то його записують після розшифрування.

Переносити формули чи рівняння на наступний рядок допускається тільки на знаках виконуваних операцій, повторюючи знак операції на початку наступного рядка. Коли переносять формули чи рівняння на знакові операції множення, застосовують знак «×».

Формули, що йдуть одна за одною й не розділені текстом, відокремлюють комою.

Порядок розміщення джерел у списку використовуваної літератури – за абеткою або хронологією. Кожне джерело має свій порядковий номер, а весь список – єдину наскрізну нумерацію.

Ілюстративний матеріал, таблиці, проміжні математичні доведення, формули й розрахунки, а також текст допоміжного спрямування можуть бути оформлені як додатки.

Додатки є продовженням документа й мають наскрізну нумерацію сторінок, спільну з документом. Кожний додаток має починатися з нової сторінки. Слово «Додаток» пишуть з правого боку рядка малими літерами з першої великої.

Додатки послідовно позначають великими літерами українського алфавіту, за винятком літер Ґ, Є, З, І, Ї, Й, О, Ч, Ь.

Переліки, примітки та посилання у тексті додатків оформлюють за загальними правилами.

На всі додатки у тексті документа має бути посилання.

2 ЗАВДАННЯ ДО РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНИХ РОБІТ

Завдання 1 Застосування теорії множин і відношень як засобу подання інформації

Задача 1. Розв'язати задачу аналітичним методом. Проілюструвати за допомогою діаграм Ейлера–Венна справедливість ваших припущень.

Варіанти до задачі 1

Варіант № 1. Фірма має 100 підприємств, причому кожне підприємство випускає хоча б одну продукцію вигляду А, В, С. Продукцію всіх трьох видів випускають 10 підприємств, продукцію А і В – 18 підприємств, продукцію А і С – 15 підприємств, продукцію В і С – 21 підприємство. Кількість підприємств, що випускають продукцію А, дорівнює кількості підприємств, що випускають продукцію В, і дорівнює кількості підприємств, що випускають продукцію С. Знайти кількість усіх підприємств.

Варіант № 2. У групі спортсменів 30 осіб. З них 20 займаються плаванням, 18 – легкою атлетикою і 10 – лижами. Плаванням і легкою атлетикою займаються 11 осіб, плаванням і лижами – 8, легкою атлетикою і лижами – 6 осіб. Скільки спортсменів займаються всіма трьома видами спорту?

Варіант № 3. У студентській групі 20 осіб. З них 10 мають оцінку «відмінно» з англійської мови, 8 – з математики, 7 – з фізики, 4 – з англійської мови і математики, 5 – з англійської мови і фізики, 4 – з математики і фізики, 3 – з англійської мови, з математики і фізики. Скільки здобувачів у групі не мають відмінних оцінок?

Варіант № 4. У класі 20 учнів. На іспитах з історії, математики і літератури 10 учнів не отримали жодної п'ятірки, 6 учнів отримали п'ятірки з історії, 5 – з математики і 4 – з літератури; 2 – з історії і математики, 2 – з історії і літератури, 1 – з математики і літератури. Скільки учнів отримали п'ятірки з усіх предметів?

Варіант № 5. У спортивному таборі 100 осіб, що займаються плаванням, легкою атлетикою і лижами. З них 10 займаються і плаванням, і легкою атлетикою, і лижами, 18 – плаванням і легкою атлетикою, 15 – плаванням і лижами, 21 – легкою атлетикою і лижами. Кількість спортсменів, які займаються плаванням, дорівнює кількості спортсменів, що займаються легкою атлетикою, і дорівнює кількісті спортсменів, які займаються лижами. Знайти цю кількість.

Варіант № 6. Групі здобувачів запропоновано три спецкурси: з мультимедіа, штучного інтелекту та імітаційного моделювання. 22 здобувачі записалися на спецкурс з мультимедіа, 18 – на спецкурс зі штучного інтелекту, 10 – на спецкурс з імітаційного моделювання, 8 – на спецкурси з мультимедіа і штучного інтелекту, 15 – на спецкурси з мультимедіа та імітаційного моделювання, 7 – на спецкурси зі штучного інтелекту та імітаційного моделювання. 5 здобувачів записалися на всі три спецкурси. Скільки здобувачів у групі?

Варіант № 7. Під час сесії 24 здобувачі групи повинні скласти три заліки: з фізики, математики і програмування. 20 здобувачів склали залік з фізики, 10 – з математики, 5 – з програмування, 7 – з фізики і математики, 3 – з фізики і програмування, 2 – з математики і програмування. Скільки здобувачів склали всі три заліки?

Варіант № 8. У групі перекладачів 15 осіб володіє англійською мовою, 19 – французькою, 8 – німецькою. 9 перекладачів володіють англійською і французькою мовою, 7 – англійською і німецькою, 6 – французькою і німецькою. 4 перекладачі володіють усіма трьома мовами. Скільки перекладачів у групі?

Варіант № 9. Опитування групи здобувачів показало, що 70 % з них люблять ходити в кіно, 60 % – у театр, 30 % – на концерти. У кіно і театр ходять 40 % здобувачів, у кіно і на концерти – 20 %, у театр і на концерти – 10 %. Скільки здобувачів (у %) ходять у кіно, театр і на концерти?

Варіант № 10. У групі 20 учнів. Після медичного огляду на додаткове обстеження 14 учнів було направлено до терапевта, 6 – до окуліста, 5 – до ортопеда. До терапевта й окуліста були направлені 3 учні, до терапевта і ортопеда – 3, до окуліста і ортопеда – 2. Скільки учнів було направлено до терапевта, окуліста й ортопеда?

Варіант № 11. Після обстеження ринку попиту інспектор указав у дослідному листку такі дані. З 1000 опитаних 811 купують жувальну гумку «Дірол», 752 – «Орбіт», 418 – «Стіморол», 570 – «Дірол» і «Орбіт», 356 – «Дірол» і «Стіморол», 348 – «Орбіт» і «Стіморол», 297 – усі види жувальної гумки. Показати, що інспектор помилився.

Варіант № 12. Усім учасникам автопробігу не пощастило. Дванадцять з них зав'язнули в піску – довелося штовхати машину, вісьмом знадобилася заміна колеса, у шістьох перегрівся мотор, п'ятеро і штовхали машину, і міняли колесо, четверо штовхали машину й остуджували мотор, троє міняли колесо й остуджували мотор. Одному довелося випробувати всі види неполадок. Скільки було учасників?

Варіант № 13. З десяти учасників ансамблю шестеро уміють грати на гітарі, п'ятеро – на ударних інструментах, п'ятеро – на духових. Двома інструментами володіють: гітарою і ударними – троє, ударними і духовими – двоє, гітарою і духовими – четверо. Одна людина грає на всіх трьох інструментах. Решта учасників ансамблю тільки співає. Скільки співаків в ансамблі?

Варіант № 14. У одній студентській групі 10 осіб можуть працювати на Delphi, 10 – на Pascal, 6 – на C. По дві мови знають: 6 осіб – Delphi і Pascal, 4 – Pascal і C, 3 – Delphi і C. Одна людина знає всі три мови програмування. Скільки здобувачів у групі?

Варіант № 15. У день авіації на аеродромі всіх охочих катали на літаку, планері, дельтаплані. На літаку каталося 30 осіб, на планері – 20, на дельтаплані – 15. І на літаку, і на планері каталося 10 осіб, на літаку і дельтаплані – 12, на

планері і дельтаплані – 5. Дві людини покаталися і на літаку, і на планері, і на дельтаплані. Скільки було охочих кататися?

Варіант № 16. Усі грибники повернулися додому з повними кошиками. У десяти з них у кошиках були білі гриби, у вісімнадцяти – підберезники, у дванадцяти – лисички. Білі й підберезники були в шести кошиках, білі й лисички – у чотирьох, підберезники і лисички – у п’яти. Усі три види грибів були у двох грибників. Скільки було грибників?

Варіант № 17. Усі туристи узяли в похід консерви. Шість осіб узяли тушковане м’ясо, п’ять – згущене молоко, вісім – кашу (з м’ясом). У трьох у рюкзаках було тушковане м’ясо і згущене молоко, у двох – тушковане м’ясо і каша, у трьох – згущене молоко і каша, і лише в одному рюкзаку лежали всі три види консервів. Скільки було туристів?

Варіант № 18. Було опитано 70 осіб. У результаті опитування з’ясували, що 45 осіб знають англійську мову, 29 – німецьку і 9 – обидві мови. Скільки осіб з опитаних не знають ні англійської, ні німецької мови?

Варіант № 19. У туристичній групі 10 осіб знають англійську мову, 10 – італійську, 6 – іспанську. По дві мови знають: 6 осіб – англійську і італійську, 4 – англійську і іспанську, 3 – італійську і іспанську. Одна людина знає всі три мови. Скільки туристів у групі?

Варіант № 20. Підприємство оголосило набір робочих на посади токаря, слюсаря і зварювальника. У відділ кадрів звернулися 25 человіків. З них 10 человіків володіли професією токаря, 15 – слюсаря, 12 – зварювальника. Професією і токаря, і слюсаря володіли 6 человіків, і токаря, і зварювальника – 5 человіків, і слюсаря, і зварювальника – 3 человіка. Скільки осіб володіють усіма трьома професіями?

Варіант № 21. Опитування групи здобувачів показав, що 70 % з них люблять ходити в кіно, 60 % – у театр, 30 % – на концерти. У кіно і театр ходять 40 % здобувачів, у кіно і на концерти – 20 %, у театр і на концерти – 10 %. Скільки здобувачів (у %) ходять у кіно, театр і на концерти?

Варіант № 22. У студентській групі 20 осіб. З них 10 мають оцінку «відмінно» з англійської мови, 8 – з математики, 7 – з фізики, 4 – з англійської мови і математики, 5 – з англійської мови і фізики, 4 – з математики і фізики, 3 – з англійської мови, з математики і фізики. Скільки здобувачів у групі не мають відмінних оцінок?

Варіант № 23. У класі 20 учнів. На іспитах з історії, математики і літератури 10 учнів не отримали жодної п'ятірки, 6 учнів отримали п'ятірки з історії, 5 – з математики і 4 – з літератури; 2 – з історії та математики, 2 – з історії та літератури, 1 – з математики й літератури. Скільки учнів отримали п'ятірки з усіх предметів?

Варіант № 24. Під час сесії 24 здобувачі групи повинні скласти три заліки: з фізики, математики і програмування. 20 здобувачів склали залік з фізики, 10 – з математики, 5 – з програмування, 7 – з фізики і математики, 3 – з фізики і програмування, 2 – з математики і програмування. Скільки здобувачів склали всі три заліки?

Варіант № 25. У групі спортсменів 30 осіб. З них 20 займаються плаванням, 18 – легкою атлетикою і 10 – лижами. Плаванням і легкою атлетикою займаються 11 осіб, плаванням і лижами – 8, легкою атлетикою і лижами – 6 осіб. Скільки спортсменів займаються всіма трьома видами спорту?

Задача 2. Задано універсальну множину $U = \{1, 2, 3, \ldots, 60\}$ та чотири її підмножини $A = \{a \in U: a = p \cdot i\}$, $B = \{b \in U: b = q \cdot j\}$, $C = \{c \in U: c = r \cdot k\}$, $D = \{d \in U: d = s \cdot n\}$, $i, j, k, n = 1, 2, \ldots$. Значення p, q, r, s наведені в табл. 1.1. Зобразити за допомогою діаграм Ейлера–Венна відношення між множинами U, A, B, C, D. Зазначити кількість елементів множин, обумовлених формулами F_i алгебри множин (i – номер варіанта) у табл. 1.2.

Таблиця 1.1

Пара-метр	**Варіанти до задачі 2**														
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
p	5	3	1	4	2	4	3	2	5	4	1	2	1	3	5
q	3	6	2	2	4	8	2	6	3	6	4	4	3	5	4
r	6	4	3	6	3	6	6	12	10	2	3	6	2	2	6
s	2	9	4	3	6	3	5	8	9	3	8	5	10	4	2
	16	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
p	1	6	3	2	10	2	4	3	3	3	2	3	1	2	10
q	4	3	6	5	5	3	5	2	5	6	4	5	5	10	2
r	2	1	4	6	1	1	1	4	6	12	24	7	6	3	3
s	6	7	9	7	6	5	2	8	1	5	6	21	15	4	9

Таблиця 1.2

$F_1 = \overline{\overline{A} \vee \overline{B}} \wedge \overline{C \wedge D} \vee (\overline{C} \wedge \overline{D})$	$F_{16} = \left(\overline{\overline{A} \vee B \vee \overline{C}}\right) \wedge \left(\overline{A \vee \overline{B} \vee C \vee \overline{D}}\right)$
$F_2 = A \wedge \left(\overline{A \wedge \overline{C \vee D}} \vee B\right)$	$F_{17} = \left(\overline{\overline{A} \vee \overline{B}}\right) \vee \left(\overline{\overline{B} \vee \overline{C}}\right) \wedge \left(\overline{A \wedge \overline{B} \wedge C \wedge D}\right)$
$F_3 = \overline{B \wedge C} \vee \overline{\overline{A} \wedge D} \vee \left(A \wedge B \wedge \overline{C}\right)$	$F_{18} = A \wedge \left(\overline{A \wedge \overline{C \vee D}} \vee B\right)$
$F_4 = \overline{B} \wedge \left(\overline{A \vee C} \vee \overline{C \wedge D}\right)$	$F_{19} = \left(A \vee \overline{B} \vee C \vee \overline{D}\right) \vee \left(\overline{\overline{A} \wedge B \wedge \overline{C} \wedge D}\right)$
$F_5 = (A \wedge B) \vee \left(\overline{A} \wedge C \wedge D\right) \vee \left(A \wedge \overline{B} \wedge \overline{D}\right)$	$F_{20} = \left(A \wedge \overline{C} \wedge \overline{D}\right) \wedge \left(\overline{A \wedge B \wedge D}\right) \wedge (A \wedge B)$
$F_6 = \left(A \wedge \overline{C} \wedge \overline{D}\right) \vee \left(\overline{A \wedge B \wedge D}\right) \vee (A \wedge B)$	$F_{21} = (A \vee C \wedge D) \wedge \left(\overline{\overline{B} \wedge \overline{D}}\right) \vee D$
$F_7 = \left(\overline{A} \vee B \vee \overline{C}\right) \wedge \left(\overline{A \vee \overline{B} \vee C \vee \overline{D}}\right)$	$F_{22} = \overline{(A \vee B) \wedge \left(\overline{A} \vee C \vee D\right)} \wedge \left(A \wedge \overline{B} \wedge \overline{D}\right)$
$F_8 = \left(\overline{A \vee \overline{B} \vee C \vee \overline{D}}\right) \wedge \left(\overline{\overline{A} \wedge B \wedge \overline{C} \wedge D}\right)$	$F_{23} = \left(\overline{\overline{D} \wedge \overline{B \vee C}}\right) \wedge \left(\overline{C \wedge D \vee \overline{A}}\right)$
$F_9 = \left(\overline{A \vee B}\right) \wedge \left(\overline{B \vee C}\right) \wedge \left(\overline{C \vee D}\right) \wedge \left(\overline{A \wedge \overline{B} \wedge C \wedge D}\right)$	$F_{24} = \left(\overline{\overline{D} \vee \overline{C}}\right) \wedge \left(\overline{D \wedge C}\right) \vee \left(\overline{A \wedge D \wedge \overline{C}}\right)$
$F_{10} = \left(A \wedge \overline{B} \wedge \overline{C}\right) \vee \left(\overline{\overline{A} \wedge C \wedge D}\right)$	$F_{25} = \overline{B} \vee \left(\overline{A \vee C} \wedge \overline{C \wedge D}\right)$
$F_{11} = (A \vee C \wedge D) \vee \left(\overline{B \wedge D}\right) \wedge D$	$F_{26} = \left(\overline{A \vee \overline{B} \vee C \vee \overline{D}}\right) \wedge \left(\overline{\overline{A} \wedge B \wedge \overline{C} \wedge D}\right)$
$F_{12} = \left(\overline{A \wedge B \vee C}\right) \wedge \left(\overline{C \wedge D \vee \overline{A}}\right)$	$F_{27} = (A \wedge C) \vee (A \wedge D) \wedge \left(\overline{B \wedge C \vee \overline{D}}\right)$
$F_{13} = \left(\overline{B \wedge C}\right) \wedge \left(D \vee \overline{C}\right) \vee \left(\overline{A \wedge D \wedge \overline{C}}\right)$	$F_{28} = (A \wedge B) \vee \left(\overline{A} \wedge C \wedge D\right) \vee \left(A \wedge \overline{B} \wedge \overline{D}\right)$
$F_{14} = \left(\overline{\overline{C} \vee \overline{D} \vee B}\right) \wedge \left(A \wedge B \vee \overline{C}\right)$	$F_{29} = \left(\overline{A \vee B}\right) \wedge \left(\overline{B \vee C}\right) \wedge \left(\overline{C \vee D}\right) \wedge \left(\overline{A \wedge \overline{B}}\right)$
$F_{15} = (A \vee B) \wedge \left(\overline{A \wedge \overline{C \vee D}}\right)$	$F_{30} = \left(\overline{A \vee C \wedge D}\right) \vee \left(\overline{B \wedge D}\right) \wedge D \vee \overline{C}$

Задача 3. Доведіть аналітичним методом справедливість запропонованих вам виразів.

1. $A \cup B \cup (\overline{A} \cap \overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}) = 1$

2. $((A \cup \overline{B}) \cap (\overline{B} \cup C)) \cup ((\overline{A} \cup B) \cap (B \cup \overline{C})) = 1$

3. $((B \cap \overline{C}) \cup (A \cap \overline{C})) \cap ((\overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cup C)) = 0$

4. $((\overline{A} \cup \overline{B}) \cap (\overline{B} \cup C)) \cup ((\overline{A} \cup B) \cap (B \cup \overline{C})) = 1$

5. $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap \overline{B}) \cup (A \cap \overline{C}) = A$

6. $((A \cup B) \cap C) \cup (\overline{A} \cap (\overline{B} \cup \overline{C}) = \overline{A} \cup C$

7. $((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{B} \cap C)) \cap ((\overline{A} \cap B) \cup (B \cap \overline{C})) = 0$

8. $((\overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap \overline{B}) \cup (A \cap \overline{C})) \cap ((\overline{A} \cap B) \cup (B \cup C)) = 0$

9. $((\overline{B} \cap A) \cup C) \cap ((\overline{A \cup C}) \cup B = B \cap C$

10. $(B \cap C) \cup (\overline{A} \cap \overline{B}) \cup (\overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap B) \cup (A \cup \overline{C}) = 1$

11. $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

12. $(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C) = (A \cup B) \cap (B \cup C) \cap (A \cup C)$

13. $(B \cap C) \cup (\overline{A} \cap \overline{B}) \cup (\overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap B) \cup (A \cup \overline{C}) = 1$

14. $(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C) = (A \cup B) \cap (B \cup C) \cap (A \cup C)$

15. $A \cup B \cup (\overline{A} \cap \overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}) = 1$

16. $((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{B} \cap C)) \cap ((\overline{A} \cap B) \cup (B \cap \overline{C})) = 0$

17. $(A \cap (\overline{B \cap C})) \cup ((\overline{A} \cup C) \cap B) = A \cup B$

18. $(A \cap B) - (C \cup D) = (A - C) \cap (B - D)$

19. $(A \cup \overline{C}) \cap (\overline{D} \cup \overline{A}) \cap (\overline{B} \cup C) \cap (\overline{A} \cup B) \cap (B \cup C) = 0$

20. $(A \cap C) \cup ((\overline{D} \cup B) \cap (\overline{A} \cup \overline{D}) \cap (D \cup B) \cap (\overline{A} \cup D)) \cap (A \cap \overline{C}) = A \cup B$

21. $(A \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap \overline{B}) \cup (B \cap C) \cup (\overline{A} \cap B) \cup (\overline{B} \cap C) = 1$

22. $(A \cup \overline{C}) \cap ((D \cap \overline{A}) \cup (B \cap D) \cup (\overline{A} \cap \overline{D}) \cup (B \cap \overline{D})) \cap (A \cup C) = A \cap B$

23. $((D \cup \overline{C}) \cup (\overline{D} \cap \overline{B}) \cup (\overline{B} \cap C)) \cap ((B \cap \overline{D}) \cup (B \cap C)) \cap (A \cup \overline{A}) = 0$

24. $((B \cup C) \cap (D \cup (\overline{B} \cap \overline{C}))) \cup (\overline{D} \cap \overline{A}) \cup ((C \cup B) \cap (\overline{D} \cup \overline{C})) = B \cup C$

25. $((\overline{B} \cap (\overline{C} \cup A)) \cup D) \cup \overline{D} \cup (B \cup (C \cap \overline{A})) \cap (B \cup (\overline{A} \cap C)) = 1$

Задача 4. Задано множини A, B, C, D, що знаходяться в загальному положенні. Необхідно за допомогою діаграм Ейлера–Венна знайти розв’язання системи рівнянь.

1. $\begin{cases} A = B \cap \overline{C} \\ \overline{C} \cap \overline{D} = U \\ A \cup C = B \cap D \\ C = \overline{A \cup B} \cap \overline{D} \end{cases}$

2. $\begin{cases} C = D \cup A \cup B \\ A \cap \overline{B} = \varnothing \\ \overline{A \cup B} \cup \overline{A \cup C} = D \\ A \cup B = B \cup C \cup D \end{cases}$

3. $\begin{cases} B = (A \cup D) \setminus C \\ \overline{C} \cup \overline{D} = \varnothing \\ D = A \cap B \\ \overline{\overline{A} \cap \overline{B}} \cup C = D \end{cases}$

4. $\begin{cases} B = C \cup D \\ A \cap B \cap C = \varnothing \\ (A \cap B) \cup (B \cap C) = U \\ A \setminus B = C \setminus D \end{cases}$

5. $\begin{cases} D = C \cap A \cup B \\ B \cup C = D \cap U \\ (A \cup B) \cap (B \cup \overline{C}) = D \\ \varnothing = \overline{B \cup C} \end{cases}$

6. $\begin{cases} B \cap \overline{A \cup C} = \varnothing \\ C = B \setminus D \\ A \cup C = B \setminus D \\ C \cup D \cup A = B \end{cases}$

7. $\begin{cases} A \cap B = \overline{C} \\ \overline{\overline{C} \cap \overline{D}} \cap A = U \\ (A \cup D) \setminus C = B \\ B \cup C = A \cup D \cup \overline{\varnothing} \end{cases}$

8. $\begin{cases} C \cap D = A \cup B \\ \overline{B} \cup \overline{A} = U \\ A \cap C = B \cup D \\ B = \overline{A \cup C} \cap D \end{cases}$

9. $\begin{cases} D = (A \cap B) \cup \overline{C} \\ \overline{A} \cap \overline{D} = \varnothing \\ C = A \cup B \\ \overline{\overline{A} \cup \overline{D}} \cap B = C \end{cases}$

10. $\begin{cases} A = C \cap D \\ A \cup B \cap C = \varnothing \\ (\overline{A} \cup \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap C) = D \\ A \cup B = C \cup \overline{D} \end{cases}$

11. $\begin{cases} C = D \cup A \cap B \\ B \cap C = D \cup \varnothing \\ (A \cap B) \cup (B \cap C) = \varnothing \\ U = B \cap C \end{cases}$

12. $\begin{cases} B \cup \overline{A \cap \overline{C}} = U \\ \overline{C} = B \setminus \overline{D} \\ A \cap C = B \cup D \\ C \cap D \cap A = \overline{B} \end{cases}$

13. $\begin{cases} \overline{\overline{A} \cup \overline{B}} = C \\ \overline{\overline{C} \cup \overline{A}} \cup D = \varnothing \\ (A \cap D) \cup \overline{C} = \overline{B} \\ B \cap C = A \cup D \end{cases}$

14. $\begin{cases} \overline{\overline{C} \cup D} = A \\ B \cap \overline{A} = \varnothing \\ A \cup C = B \cap D \\ \overline{B} = A \cup D \end{cases}$

15. $\begin{cases} A = D \cup B \cap \overline{C} \\ A \cup D = \overline{U} \\ \overline{\overline{A} \cup \overline{B}} \cup C \cap \overline{B} = U \\ D = B \cap C \cup \overline{A} \end{cases}$

16. $\begin{cases} C \cup \overline{\overline{B} \cap \overline{C}} = D \\ \overline{C} = B \cup D \\ A \cup D = U \cap \overline{B} \\ C \cup D \cap A = \varnothing \end{cases}$

17. $\begin{cases} A \cup B = C \cap \varnothing \\ \varnothing = \overline{C} \cup \overline{D} \cup A \\ A \cap D = U \\ (A \cap \overline{B}) \cup (A \cap B) = C \cup D \end{cases}$

18. $\begin{cases} C \cap \overline{B \cup \overline{C}} = U \\ C = B \cup D \cup A \\ A \setminus D = B \cup C \\ C \cap D \cup \overline{A} = U \end{cases}$

19. $\begin{cases} C = A \cap \overline{D} \cup B \\ C \cup \overline{D} = B \\ D \cap A \cap B = U \\ A \cup B \cap \overline{C} = \overline{D} \end{cases}$

20. $\begin{cases} C \cap D \cap A = A \cup B \\ A \cup B = \varnothing \cup C \\ A \cup B \cup C = D \cap U \\ A = C \cup B \cap \overline{C} \end{cases}$

21. $\begin{cases} A = D \cap C \cup A \\ B \cap C = \overline{D \cup \overline{\varnothing}} \\ A \cap \overline{B} \cup \overline{C \cup \overline{A}} = U \\ D = A \cap B \end{cases}$

22. $\begin{cases} D = B \cup C \\ C = U \cup \varnothing \\ A \cap C = B \setminus D \\ A \cap C = (A \cup D) \setminus C \end{cases}$

23. $\begin{cases} A = B \cup C \\ \overline{C} \cap \overline{D} = C \cup A \\ \varnothing = A \cup B \cap \overline{\overline{A} \cap D} \\ A \cup D = B \cup C \cup \varnothing \end{cases}$

24. $\begin{cases} B = C \cap D \\ C \cap D \cup A = B \\ \overline{C} = C \cap \overline{B} \\ B \cap D \cup A = \varnothing \end{cases}$

25. $\begin{cases} C = A \cup B \cup D \\ B \cap \overline{D} \cup C = \varnothing \\ A \cap B \cup C \cap U = A \cap D \\ \overline{A \cup \overline{B}} = B \setminus C \cup D \end{cases}$

26. $\begin{cases} D = \overline{C \cap \overline{B}} \\ C \cap \overline{D} = U \\ B \cup D \cap A = A \cup B \\ A \cap \overline{C} = D \cup A \end{cases}$

27. $\begin{cases} A \cup B = D \setminus C \\ A \cap B \cup C = \overline{U \cup \overline{\varnothing}} \\ C \cup D \cup A = B \\ B \cap C = C \cap \overline{D} \end{cases}$

28. $\begin{cases} B \cup A = C \cap D \\ A \cup B \cup C = U \\ A \cap \overline{B} \cup C = C \cap \overline{D} \\ B \cap C = A \cup \overline{D} \cup \overline{B} \end{cases}$

29. $\begin{cases} C \cap D = \overline{C \cap \overline{B}} \\ B \cup D = \varnothing \\ \overline{A \cap \overline{B}} \cup D = B \cap C \\ C = A \cup B \cup \overline{\varnothing} \end{cases}$

30. $\begin{cases} A \cap C = C \cap D \\ B = D \cap \overline{C} \\ A \cup \overline{B} \cap \overline{C} = A \cup D \\ D = A \cup \overline{B \cap \overline{C}} \cup \overline{D} \end{cases}$

Завдання 2 Застосування теорії графів у комп'ютерних інформаційних технологіях

Задача 1. У розподільній системі опрацювання даних у деякий момент часу є n ресурсів, готових до виконання завдань. У систему надходить n завдань. Відома якість виконання завдань кожним ресурсом – коефіцієнти матриці С (табл. 2.1). Потрібно призначити кожному ресурсу своє завдання так, щоб якість виконання всіх завдань була максимальною, час виконання завдань – мінімальним.

Таблиця 2.1

1	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 5 & 8 & 6 \\ 4 & 8 & 6 & 9 & 5 \\ 4 & 4 & 8 & 10 & 9 \\ 5 & 4 & 1 & 5 & 4 \\ 7 & 9 & 4 & 2 & 9 \end{pmatrix}$	16	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 6 & 5 & 5 \\ 2 & 8 & 9 & 7 & 3 \\ 7 & 8 & 6 & 6 & 10 \\ 3 & 9 & 8 & 8 & 8 \\ 1 & 4 & 7 & 1 & 6 \end{pmatrix}$
2	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 6 & 4 & 7 \\ 2 & 8 & 4 & 3 & 4 \\ 7 & 4 & 6 & 5 & 5 \\ 5 & 9 & 1 & 2 & 4 \\ 6 & 7 & 2 & 4 & 8 \end{pmatrix}$	17	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 7 \\ 4 & 4 & 9 & 10 & 8 \\ 2 & 7 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$
3	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 3 & 2 & 3 \\ 6 & 4 & 4 & 7 & 2 \\ 6 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ 9 & 7 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$	18	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & 5 & 7 \\ 2 & 10 & 5 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 4 & 7 & 4 \\ 8 & 3 & 5 & 1 & 6 \\ 5 & 9 & 3 & 2 & 7 \end{pmatrix}$
4	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 4 & 7 \\ 6 & 1 & 2 & 5 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 1 & 4 \\ 5 & 7 & 5 & 1 & 6 \\ 5 & 9 & 3 & 2 & 7 \end{pmatrix}$	19	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 6 & 8 & 4 \\ 5 & 2 & 3 & 0 & 6 \\ 3 & 4 & 4 & 3 & 7 \\ 3 & 15 & 7 & 2 & 5 \\ 6 & 17 & 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}$
5	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 4 & 16 & 3 \\ 6 & 2 & 2 & 3 & 7 \\ 1 & 5 & 8 & 4 & 8 \\ 2 & 7 & 6 & 9 & 3 \end{pmatrix}$	20	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 3 & 6 & 4 \\ 5 & 11 & 4 & 11 & 3 \\ 7 & 2 & 6 & 5 & 0 \\ 6 & 3 & 1 & 3 & 3 \\ 6 & 0 & 9 & 6 & 8 \end{pmatrix}$
6	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 9 & 4 & 6 \\ 3 & 7 & 2 & 2 & 5 \\ 6 & 6 & 2 & 9 & 9 \\ 7 & 6 & 1 & 1 & 4 \\ 7 & 9 & 4 & 2 & 9 \end{pmatrix}$	21	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 & 8 & 5 \\ 3 & 6 & 6 & 7 & 3 \\ 7 & 2 & 3 & 9 & 10 \\ 2 & 1 & 2 & 5 & 8 \\ 1 & 4 & 7 & 1 & 6 \end{pmatrix}$
7	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 & 9 & 7 \\ 7 & 3 & 6 & 1 & 4 \\ 9 & 5 & 1 & 6 & 5 \\ 4 & 8 & 8 & 1 & 4 \\ 6 & 7 & 2 & 4 & 8 \end{pmatrix}$	22	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 9 & 6 & 5 & 1 \\ 5 & 1 & 7 & 5 & 7 \\ 3 & 2 & 4 & 3 & 7 \\ 6 & 9 & 6 & 4 & 8 \\ 2 & 7 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$
8	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 & 2 & 6 \\ 4 & 2 & 4 & 8 & 3 \\ 4 & 2 & 3 & 8 & 2 \\ 3 & 2 & 5 & 3 & 5 \\ 9 & 7 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$	23	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 6 & 5 & 7 \\ 3 & 6 & 9 & 5 & 3 \\ 6 & 7 & 9 & 6 & 4 \\ 7 & 1 & 5 & 10 & 6 \\ 5 & 9 & 3 & 2 & 7 \end{pmatrix}$

Продовження таблицы 2.1

9	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 & 7 & 4 \\ 8 & 9 & 4 & 10 & 6 \\ 4 & 6 & 9 & 5 & 7 \\ 2 & 5 & 6 & 9 & 5 \\ 6 & 9 & 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	24	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 1 & 4 & 2 \\ 5 & 6 & 4 & 9 & 3 \\ 9 & 1 & 11 & 6 & 7 \\ 9 & 10 & 5 & 4 & 8 \\ 2 & 7 & 6 & 9 & 3 \end{pmatrix}$
10	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 & 9 & 4 \\ 6 & 0 & 1 & 7 & 3 \\ 1 & 4 & 9 & 7 & 0 \\ 8 & 4 & 1 & 7 & 5 \\ 6 & 0 & 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}$	25	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 & 9 & 8 \\ 0 & 4 & 6 & 0 & 5 \\ 1 & 5 & 7 & 0 & 9 \\ 4 & 6 & 5 & 9 & 6 \\ 5 & 7 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$
11	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 7 & 10 & 8 \\ 6 & 10 & 8 & 11 & 7 \\ 6 & 6 & 10 & 12 & 11 \\ 7 & 6 & 3 & 7 & 6 \\ 9 & 11 & 6 & 4 & 11 \end{pmatrix}$	26	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 8 & 7 & 7 \\ 4 & 10 & 11 & 9 & 5 \\ 9 & 10 & 8 & 8 & 12 \\ 5 & 11 & 10 & 10 & 10 \\ 3 & 6 & 9 & 3 & 8 \end{pmatrix}$
12	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 5 & 3 & 6 \\ 1 & 7 & 3 & 2 & 3 \\ 6 & 3 & 5 & 4 & 4 \\ 4 & 8 & 1 & 1 & 3 \\ 5 & 6 & 1 & 3 & 7 \end{pmatrix}$	27	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 2 & 6 & 3 & 8 \\ 5 & 5 & 10 & 11 & 9 \\ 3 & 8 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
13	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 11 & 9 & 10 & 11 \\ 9 & 10 & 8 & 7 & 8 \\ 11 & 9 & 9 & 12 & 7 \\ 11 & 8 & 7 & 6 & 10 \\ 14 & 12 & 8 & 7 & 11 \end{pmatrix}$	28	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 & 5 & 7 \\ 2 & 10 & 5 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 4 & 7 & 4 \\ 8 & 3 & 5 & 2 & 6 \\ 5 & 9 & 3 & 2 & 7 \end{pmatrix}$
14	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 10 & 8 & 9 & 12 \\ 11 & 6 & 7 & 10 & 8 \\ 7 & 7 & 9 & 6 & 9 \\ 10 & 12 & 10 & 6 & 11 \\ 10 & 14 & 8 & 7 & 12 \end{pmatrix}$	29	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 8 & 10 & 6 \\ 7 & 4 & 5 & 2 & 8 \\ 5 & 6 & 6 & 5 & 9 \\ 5 & 17 & 9 & 4 & 7 \\ 8 & 19 & 9 & 6 & 7 \end{pmatrix}$
15	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 11 & 10 & 8 & 4 & 5 \\ 4 & 9 & 7 & 19 & 6 \\ 9 & 5 & 5 & 6 & 10 \\ 4 & 8 & 11 & 7 & 11 \\ 5 & 10 & 9 & 12 & 6 \end{pmatrix}$	30	$C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 & 7 & 5 \\ 6 & 12 & 5 & 12 & 4 \\ 8 & 3 & 7 & 6 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 & 4 \\ 7 & 1 & 10 & 7 & 9 \end{pmatrix}$

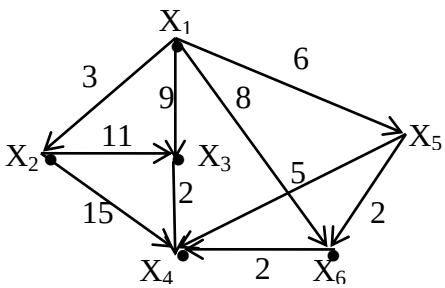
Задача 2. Транспортна мережа задана за допомогою табл. 2.2, де зазначені дуги мережі та пропускна спроможність цих дуг. Необхідно надати граф графічно і, використовуючи теорему Форда–Фалкерсона, визначити найбільший потік у мережі (s – джерело, t – стік).

Таблиця 2.2

№ пор.	**Перелік дуг мережі у вигляді** u_{ij} (*дуга* $i \to j$) = c_{ij} (пропускна спроможність)
1	u_{s1}=10, u_{s2}=7, u_{s3}=6, u_{1t}=4, u_{14}=2, u_{13}=1, u_{23}=2, u_{21}=5, u_{34}=3, u_{3t}=3, u_{4t}=12
2	u_{s1}=16, u_{s2}=20, u_{s3}=4, u_{1t}=10, u_{13}=8, u_{23}=5, u_{24}=20, u_{34}=4, u_{3t}=5, u_{4t}=15
3	u_{s1}=4, u_{s2}=2, u_{s3}=5, u_{s4}=7, u_{13}=1, u_{14}=2, u_{23}=1, u_{24}=1, u_{3t}=9, u_{43}=3, u_{4t}=5
4	u_{s1}=6, u_{s2}=5, u_{s4}=14, u_{1t}=5, u_{12}=3, u_{23}=8, u_{3t}=10, u_{43}=4, u_{45}=8, u_{53}=5, u_{5t}=7
5	u_{s1}=6, u_{s2}=14, u_{1t}=10, u_{14}=3, u_{23}=3, u_{21}=10, u_{24}=2, u_{34}=5, u_{4t}=8
6	u_{s1}=16, u_{s2}=14, u_{13}=9, u_{21}=10, u_{23}=5, u_{24}=8, u_{35}=6, u_{3t}=9, u_{45}=1, u_{4t}=6, u_{5t}=6
7	u_{s1}=6, u_{s2}=10, u_{s3}=3, u_{12}=3, u_{14}=2, u_{13}=2, u_{24}=1, u_{2t}=8, u_{32}=4, u_{34}=5, u_{4t}=9
8	u_{s1}=3, u_{s2}=5, u_{s3}=4, u_{s4}=1, u_{1t}=7, u_{21}=2, u_{24}=1, u_{2t}=1, u_{32}=3, u_{34}=2, u_{4t}=3
9	u_{s1}=25, u_{s2}=18, u_{12}=4, u_{14}=10, u_{24}=10, u_{2t}=15, u_{3t}=5, u_{43}=10, u_{4t}=10
10	u_{s1}=5, u_{s2}=4, u_{s3}=6, u_{1t}=4, u_{14}=1, u_{13}=1, u_{23}=3, u_{24}=2, u_{34}=2, u_{3t}=3, u_{4t}=7
11	u_{s1}=12, u_{s2}=20, u_{s3}=5, u_{1t}=10, u_{13}=8, u_{23}=5, u_{24}=10, u_{34}=4, u_{3t}=8, u_{4t}=12
12	u_{s1}=8, u_{s3}=4, u_{s4}=6, u_{12}=4, u_{24}=2, u_{2t}=10, u_{31}=3, u_{32}=2, u_{34}=5, u_{4t}=7
13	u_{s1}=10, u_{s2}=10, u_{s3}=15, u_{14}=7, u_{12}=4, u_{24}=6, u_{32}=5, u_{3t}=20, u_{4t}=10
14	u_{s1}=6, u_{s2}=7, u_{s3}=5, u_{12}=3, u_{14}=2, u_{13}=1, u_{23}=4, u_{24}=2, u_{2t}=3, u_{3t}=7, u_{4t}=8
15	u_{s1}=5, u_{s2}=6, u_{s3}=8, u_{12}=2, u_{14}=3, u_{13}=1, u_{24}=1, u_{2t}=4, u_{3t}=5, u_{4t}=6
16	u_{s1}=10, u_{s2}=3, u_{s3}=15, u_{1t}=5, u_{12}=8, u_{23}=16, u_{24}=4, u_{2t}=15, u_{34}=5, u_{4t}=20
17	u_{s1}=7, u_{s4}=15, u_{st}=5, u_{1t}=3, u_{13}=5, u_{21}=10, u_{34}=3, u_{42}=20, u_{4t}=6
18	u_{s1}=20, u_{s4}=5, u_{12}=17, u_{13}=6, u_{24}=10, u_{2t}=3, u_{32}=10, u_{3t}=5, u_{4t}=20
19	u_{s1}=25, u_{s3}=40, u_{14}=20, u_{13}=15, u_{2t}=40, u_{32}=20, u_{3t}=15, u_{4t}=7
20	u_{s1}=5, u_{s2}=18, u_{s5}=7, u_{14}=15, u_{23}=25, u_{35}=10, u_{3t}=4, u_{43}=10, u_{4t}=10, u_{5t}=2
21	u_{s1}=20, u_{s2}=10, u_{s3}=15, u_{12}=15, u_{23}=20, u_{25}=15,u_{34}=4,u_{35}=8, u_{3t}=1,u_{4t}=20,u_{5t}=4
22	u_{s1}=10, u_{s2}=5, u_{s4}=10, u_{12}=1, u_{13}=5, u_{14}=8, u_{34}=4, u_{3t}=4, u_{42}=5, u_{2t}=20
23	u_{s1}=15, u_{s2}=20, u_{s3}=5, u_{1t}=15, u_{12}=8, u_{23}=16, u_{24}=4, u_{2t}=10, u_{34}=5, u_{4t}=3
24	u_{s1}=10, u_{s3}=15, u_{14}=8, u_{1t}=13, u_{24}=15, u_{31}=6, u_{32}=3, u_{3t}=5, u_{4t}=12
25	u_{s3}=10, u_{s4}=15, u_{1t}=13, u_{2t}=20, u_{31}=8, u_{34}=5, u_{41}=2, u_{42}=8, u_{4t}=12
26	u_{s1}=15, u_{s2}=12, u_{s3}=11, u_{1t}=9, u_{14}=7, u_{13}=6, u_{23}=7, u_{21}=10, u_{34}=8, u_{3t}=8, u_{4t}=17
27	u_{s1}=13, u_{s2}=17, u_{s3}=1, u_{1t}=7, u_{13}=5, u_{23}=2, u_{24}=17, u_{34}=1, u_{3t}=2, u_{4t}=12
28	u_{s1}=9, u_{s2}=7, u_{s3}=10, u_{s4}=12, u_{13}=6, u_{14}=8, u_{23}=6, u_{24}=6, u_{3t}=14, u_{43}=8, u_{4t}=10
29	u_{s1}=8, u_{s2}=7, u_{s4}=16, u_{1t}=7, u_{12}=5, u_{23}=10, u_{3t}=12, u_{43}=6, u_{45}=10, u_{53}=7, u_{5t}=9
30	u_{s1}=11, u_{s2}=19, u_{1t}=15, u_{14}=8, u_{23}=8, u_{21}=15, u_{24}=7, u_{34}=10, u_{4t}=13, u_{2t}=2

Задача 3. Задано граф G. Зобразити граф у вигляді матриць суміжності й суміжності ваг. Знайти найкоротший шлях методом Форда й методом Дейкстри і його довжину між двома зазначеними вершинами графа.

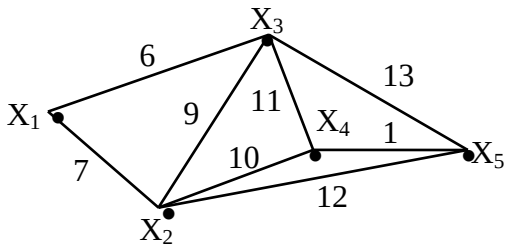
1)



$L(x_1\text{-}x_4)$ - ?

μ^4_{min} - ?

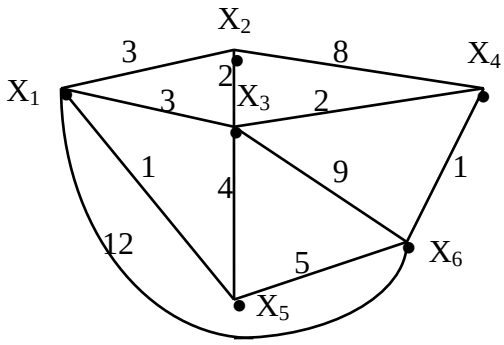
2)



$L(x_1\text{-}x_5)$ - ?

μ^5_{min} - ?

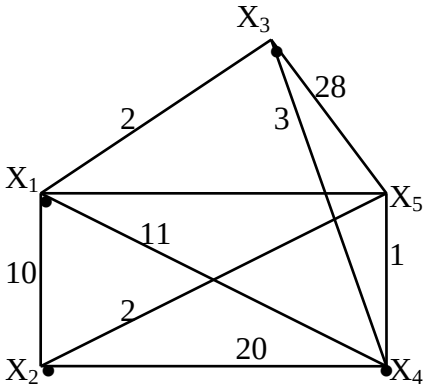
3)



$L(x_1\text{-}x_6)$ - ?

μ^6_{min} - ?

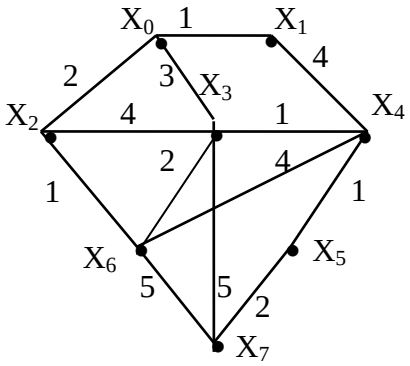
4)



$L(x_1\text{-}x_5)$ - ?

μ^5 - ?

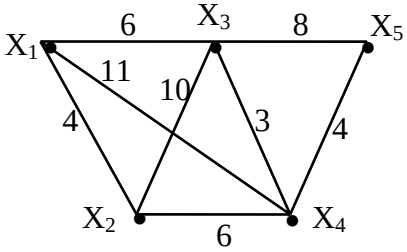
5)



μ^7_{min} - ?

$L(x_0\text{-}x_7)$ - ?

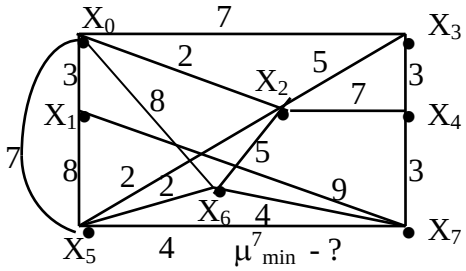
6)



$L(x_1\text{-}x_5)$ - ?

μ^5 - ?

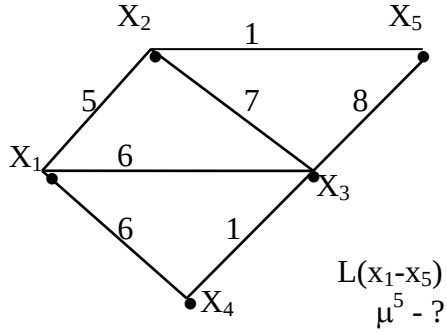
7)



μ^7_{min} - ?

$L(x_0\text{-}x_7)$ - ?

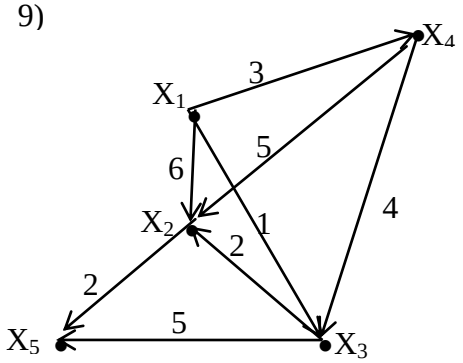
8)



$L(x_1\text{-}x_5)$ - ?

μ^5 - ?

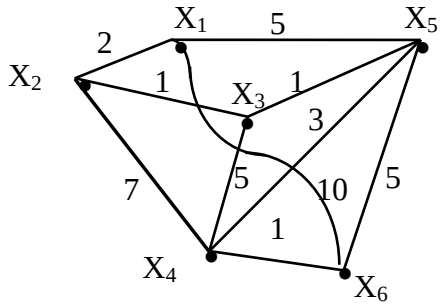
9)



L $(x_1\text{-}x_5)$ - ?

μ^5 - ?

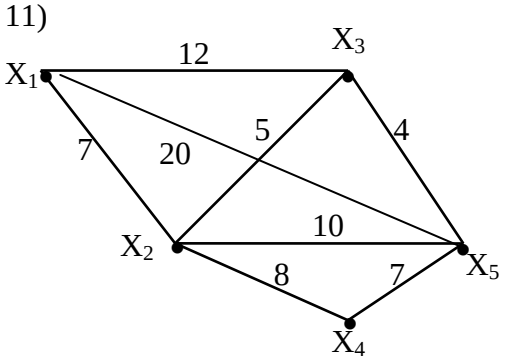
10)



$L(x_1\text{-}x_6)$ - ?

μ^6_{min} - ?

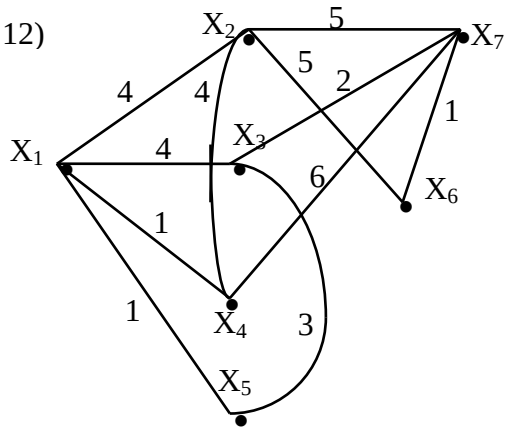
11)



$L(x_1\text{-}x_5)$ -?

μ^5 - ?

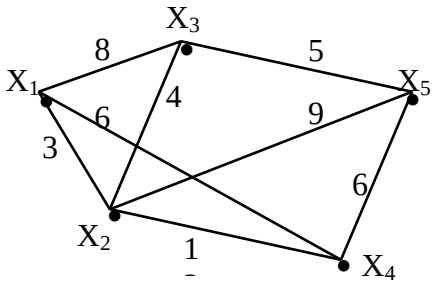
12)



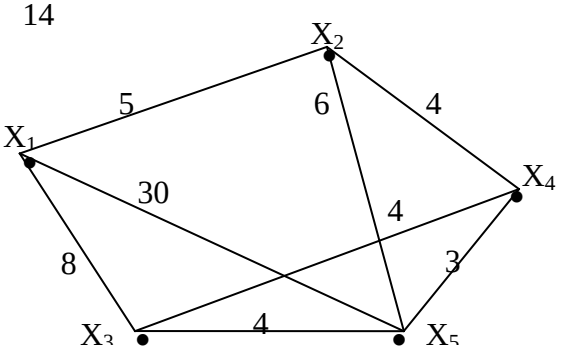
$L(x_1\text{-}x_6)$ - ?

μ^6_{min} - ?

13)



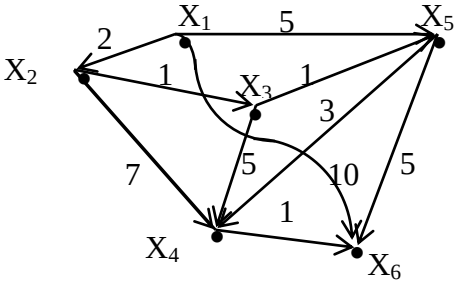
14



$L(x_1\text{-}x_5)$ - ?

μ^5 - ?

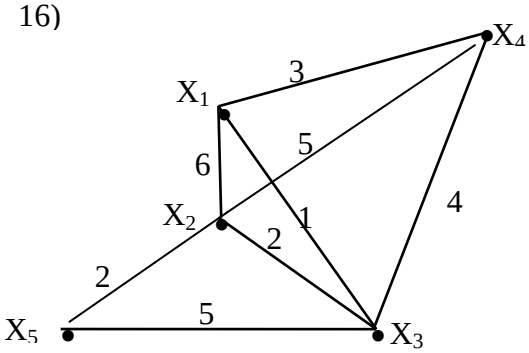
15)



$L(x_1\text{-}x_6)$ - ?

μ^6_{min} - ?

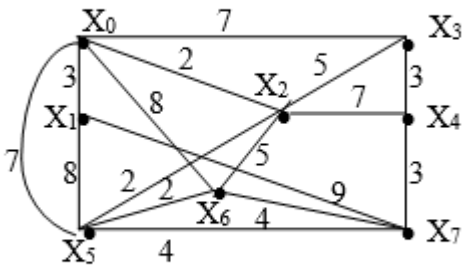
16)



$L\ (x_1\text{-}x_5)$ - ?

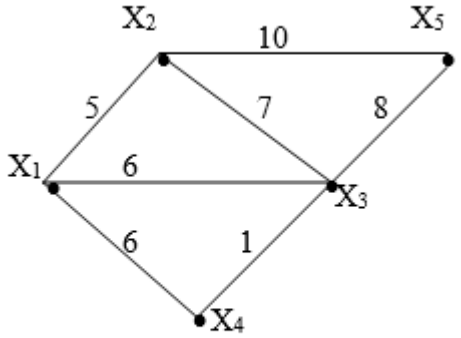
μ^5 - ?

17)



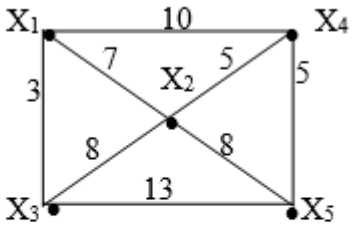
μ^7_{min} - ?
$L(x_0\text{-}x_7)$ - ?

18)



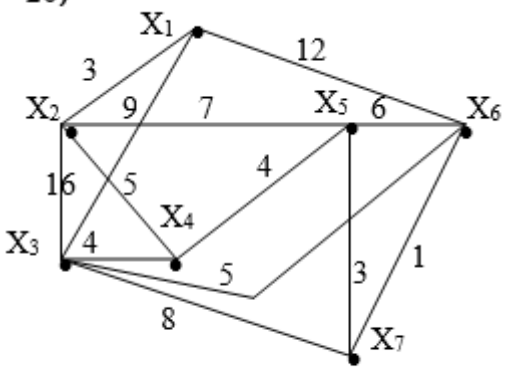
$L(x_1\text{-}x_5)$ - ?
μ^5 - ?

19)



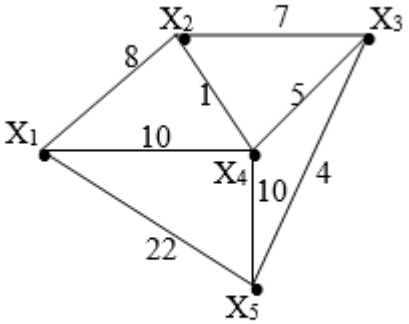
$L(x_1\text{-}x_5)$ - ?
μ^5_{min} - ?

20)



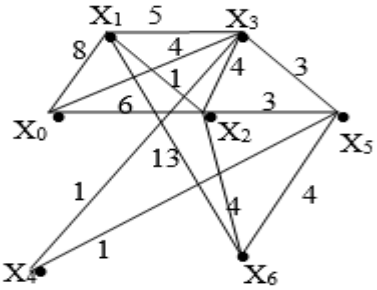
μ^6_{min} - ?
$L(x_2\text{-}x_6)$ - ?

21)



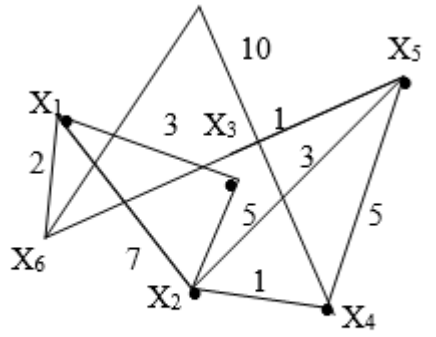
$L(x_1\text{-}x_5)$-?
μ^5_{min} -?

22)



μ^6_{min} - ?
$L(x_0\text{-}x_6)$ - ?

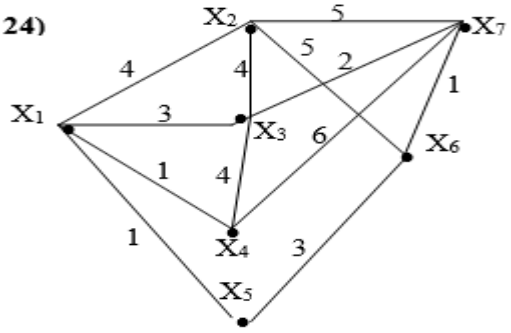
23)



$L(x_1\text{-}x_4)$ - ?

μ^4_{min} - ?

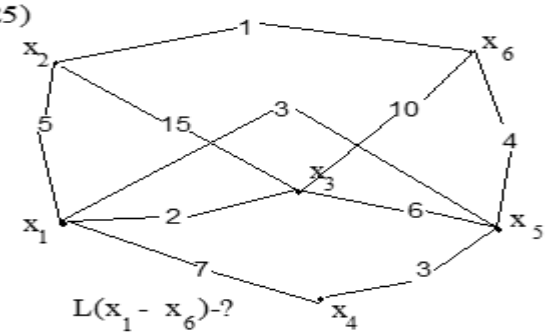
24)



$L(x_1\text{-}x_7)$ - ?

μ^7_{min} - ?

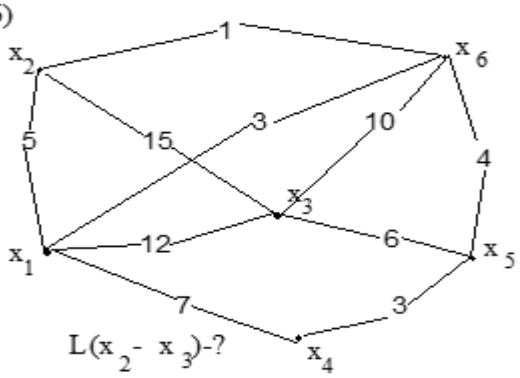
25)



$L(x_1 - x_6)$-?

μ_6-?

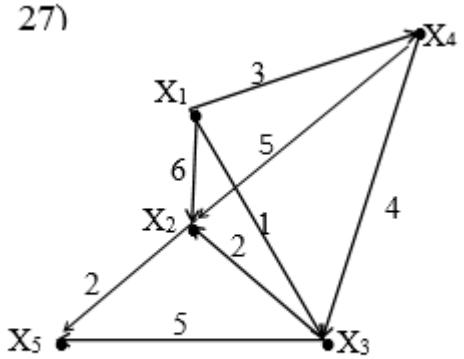
26)



$L(x_2 - x_3)$-?

μ_3-?

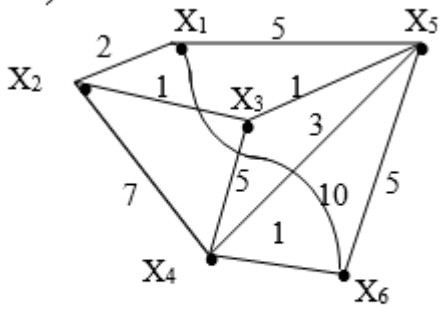
27)



L $(x_1\text{-}x_5)$ - ?

μ^5 - ?

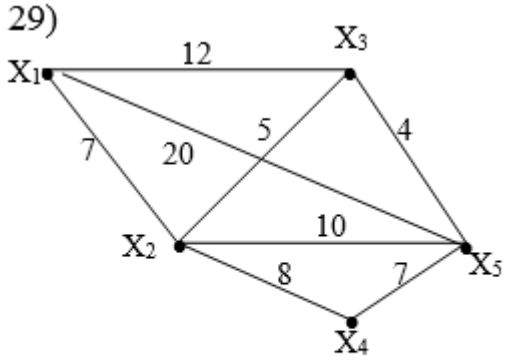
28)



$L(x_1\text{-}x_6)$ - ?

μ^6_{min} - ?

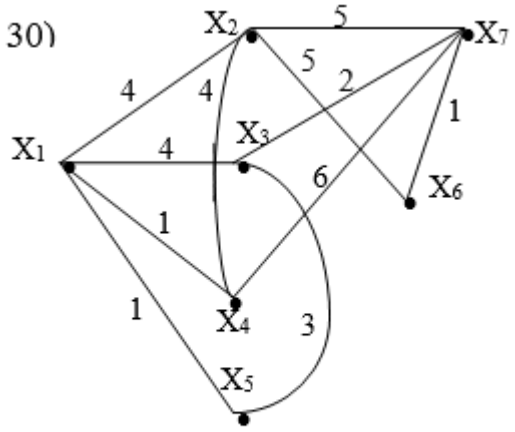
29)



$L(x_1\text{-}x_5)$ -?

μ^5 - ?

30)



$L(x_1\text{-}x_6)$ - ?

μ^6_{min} - ?

Задача 4. Орієнтований граф g=(x,u) задано матрицею суміжності ваг C.

Необхідно:

– зобразити граф графічно й у вигляді матриці інциденцій;

– визначити хроматичне число графа;

– використовуючи метод Шимбела, визначити найкоротші відстані між будь-якими двома вершинами графа.

1. $C = \begin{pmatrix} \infty & 2 & 2 & \infty & 2 \\ 2 & \infty & \infty & \infty & 1 \\ \infty & 1 & \infty & 1 & 3 \\ 1 & \infty & 2 & \infty & 1 \\ \infty & 2 & 5 & 3 & \infty \end{pmatrix}$ 2. $C = \begin{pmatrix} \infty & 3 & \infty & 3 & 1 & 2 \\ 1 & \infty & 3 & 1 & 5 & \infty \\ 4 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 4 & \infty & 4 & 1 \\ \infty & 3 & 3 & 2 & \infty & 3 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \end{pmatrix}$ 3. $C = \begin{pmatrix} \infty & 5 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & \infty & 5 & 8 & 1 \\ 5 & 1 & \infty & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 2 & \infty & 1 \\ 5 & 2 & 5 & 5 & \infty \end{pmatrix}$

4. $C = \begin{pmatrix} \infty & 3 & \infty & \infty & 6 & 4 \\ \infty & 5 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 2 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 4 & 10 & 2 & \infty & \infty \\ \infty & 1 & \infty & \infty & 4 & \infty \end{pmatrix}$ 5. $C = \begin{pmatrix} \infty & \infty & 2 & 1 & 2 \\ 2 & \infty & \infty & \infty & 1 \\ \infty & 1 & \infty & 1 & 3 \\ 1 & \infty & 2 & \infty & \infty \\ \infty & 2 & 4 & \infty & \infty \end{pmatrix}$ 6. $C = \begin{pmatrix} \infty & 3 & 4 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 2 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 5 & 3 \\ 1 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 6 & 2 & \infty & \infty \end{pmatrix}$

7. $C = \begin{pmatrix} \infty & 5 & 2 & \infty & \infty \\ 2 & \infty & 4 & 10 & 8 \\ 1 & 4 & \infty & 3 & 3 \\ \infty & \infty & 2 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \end{pmatrix}$ 8. $C = \begin{pmatrix} \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty \\ 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 5 & \infty & \infty & \infty & 3 & \infty \\ \infty & \infty & 2 & \infty & \infty & 1 \\ \infty & 4 & 6 & 4 & \infty & \infty \end{pmatrix}$ 9. $C = \begin{pmatrix} \infty & 2 & \infty & 1 & \infty \\ 1 & \infty & 2 & 5 & 1 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 2 \\ \infty & 4 & \infty & \infty & 1 \\ \infty & \infty & 2 & 1 & \infty \end{pmatrix}$

10. $C = \begin{pmatrix} \infty & \infty & 2 & 1 & 2 \\ \infty & \infty & 2 & 5 & 2 \\ \infty & 2 & \infty & 1 & \infty \\ 1 & 3 & \infty & \infty & \infty \\ 5 & 2 & \infty & \infty & \infty \end{pmatrix}$ 11. $C = \begin{pmatrix} \infty & 2 & 2 & 1 & 2 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 1 \\ \infty & 4 & \infty & 1 & \infty \\ 1 & \infty & 2 & \infty & 1 \\ 1 & 2 & 4 & \infty & \infty \end{pmatrix}$ 12. $C = \begin{pmatrix} \infty & 4 & \infty & 2 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 4 & 3 & 8 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 5 & 2 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 3 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \end{pmatrix}$

13. $C = \begin{pmatrix} \infty & \infty & 4 & \infty & 1 & 2 \\ 1 & \infty & 3 & 1 & \infty & \infty \\ 4 & 5 & \infty & 3 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 2 & \infty & 4 & 1 \\ \infty & 3 & 3 & 2 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \end{pmatrix}$ 14. $C = \begin{pmatrix} \infty & \infty & 2 & \infty & 2 \\ \infty & \infty & 2 & 18 & 1 \\ 5 & \infty & \infty & 6 & 3 \\ 1 & 5 & 2 & \infty & \infty \\ \infty & 2 & \infty & 5 & \infty \end{pmatrix}$ 15. $C = \begin{pmatrix} \infty & 2 & \infty & 5 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 3 & 2 & \infty & \infty \\ 4 & \infty & \infty & 5 & \infty & \infty \\ \infty & 3 & 6 & \infty & \infty & \infty \\ 4 & \infty & 2 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 8 & \infty & 8 & 3 & \infty \end{pmatrix}$

16. $C = \begin{pmatrix} \infty & \infty & 2 & 1 & 2 \\ 2 & \infty & \infty & 8 & 1 \\ \infty & 1 & \infty & 1 & 3 \\ 1 & \infty & 2 & \infty & 1 \\ \infty & 2 & 5 & 5 & \infty \end{pmatrix}$ 17. $C = \begin{pmatrix} \infty & \infty & 4 & \infty & 3 & 2 \\ 1 & \infty & 3 & 1 & \infty & \infty \\ 4 & 5 & \infty & 3 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 3 & 2 \\ \infty & 3 & 2 & 3 & \infty & \infty \\ \infty & 2 & \infty & 1 & \infty & \infty \end{pmatrix}$ 18. $C = \begin{pmatrix} \infty & 1 & 4 & \infty & 1 \\ \infty & \infty & \infty & 1 & 1 \\ 3 & \infty & \infty & 3 & 2 \\ \infty & 6 & 2 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 3 & \infty & \infty \end{pmatrix}$

19. $C = \begin{pmatrix} \infty & 2 & 4 & \infty & \infty & 2 \\ 1 & \infty & \infty & 1 & \infty & \infty \\ 3 & \infty & \infty & 3 & 4 & \infty \\ \infty & 1 & 2 & \infty & 3 & 1 \\ \infty & 3 & 3 & \infty & \infty & 5 \\ 1 & \infty & \infty & 1 & \infty & \infty \end{pmatrix}$ 20. $C = \begin{pmatrix} \infty & 4 & \infty & 4 & 2 & 3 \\ 2 & \infty & 4 & 2 & 6 & \infty \\ 5 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 5 & \infty & 5 & 1 \\ \infty & 1 & 2 & 3 & \infty & 1 \\ \infty & 1 & \infty & 4 & \infty & \infty \end{pmatrix}$ 21. $C = \begin{pmatrix} \infty & 5 & 2 & 1 & \infty \\ 2 & \infty & 6 & 9 & 1 \\ 6 & 1 & \infty & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 2 & \infty & 2 \\ 5 & 2 & \infty & 6 & \infty \end{pmatrix}$

22. $C = \begin{pmatrix} \infty & 5 & 2 & \infty & \infty \\ 2 & \infty & 4 & 10 & 8 \\ 1 & 4 & \infty & 3 & 3 \\ \infty & \infty & 2 & \infty & 1 \\ 1 & \infty & 2 & \infty & \infty \end{pmatrix}$ 23. $C = \begin{pmatrix} \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & 1 \\ \infty & \infty & 3 & \infty & 1 & \infty \\ 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 \\ 5 & \infty & 1 & \infty & 3 & \infty \\ \infty & \infty & 2 & \infty & \infty & 1 \\ \infty & 4 & 6 & 4 & \infty & \infty \end{pmatrix}$ 24. $C = \begin{pmatrix} \infty & 2 & 1 & 1 & \infty \\ 1 & \infty & 2 & 7 & 1 \\ \infty & 1 & \infty & \infty & 2 \\ \infty & 8 & \infty & \infty & 6 \\ 1 & \infty & 2 & 1 & \infty \end{pmatrix}$

25. $C = \begin{pmatrix} \infty & 1 & \infty & 2 & 1 \\ \infty & 1 & \infty & 1 & 1 \\ 3 & \infty & \infty & \infty & 2 \\ \infty & 1 & 2 & \infty & 8 \\ 1 & \infty & 3 & \infty & \infty \end{pmatrix}$ 26. $C = \begin{pmatrix} \infty & 1 & 2 & \infty & 3 \\ 1 & \infty & 3 & 8 & \infty \\ 2 & \infty & \infty & 1 & 1 \\ \infty & 2 & \infty & \infty & 2 \\ 2 & \infty & 1 & 12 & \infty \end{pmatrix}$ 27. $C = \begin{pmatrix} \infty & 8 & 2 & 3 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 5 & \infty & 2 & \infty & 1 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 28 & \infty & 4 & 10 & \infty & 3 \\ \infty & 1 & 2 & \infty & 1 & \infty \end{pmatrix}$

28. $C = \begin{pmatrix} \infty & 1 & \infty & 2 & 1 \\ \infty & \infty & \infty & 1 & 1 \\ 3 & \infty & \infty & \infty & 2 \\ \infty & 6 & 2 & \infty & 8 \\ \infty & \infty & 3 & \infty & \infty \end{pmatrix}$ 29. $C = \begin{pmatrix} \infty & 1 & 2 & \infty & 3 \\ \infty & \infty & 3 & 4 & \infty \\ 2 & \infty & \infty & \infty & 1 \\ \infty & 2 & \infty & \infty & 2 \\ 2 & \infty & 1 & 2 & \infty \end{pmatrix}$ 30. $C = \begin{pmatrix} \infty & 8 & 2 & 3 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 5 & \infty & 2 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 4 & 9 & \infty & 3 \\ \infty & 6 & 2 & \infty & \infty & \infty \end{pmatrix}$

Задача 5. Комівояжерові (торгівельному аґентові) необхідно проїхати через n міст, відвідавши кожне з них тільки раз, і повернутися у вихідне місто. Знайти маршрут комівояжера, що мінімізує сумарні витрати на час проїзду. Час, необхідний комівояжерові для проїзду з кожного i-ого міста в кожне j-те, дорівнює c_{ij} і зазначено в матриці витрат C. Матриці витрат відповідно до номера варіанта наведено далі. Розв’язати задачу комівояжера методом гілок і меж.

1. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 3 & 12 & 14 & 15 \\ 3 & \infty & 1 & 3 & 1 \\ 13 & 2 & \infty & 9 & 6 \\ 12 & 3 & 9 & \infty & 4 \\ 8 & 2 & 11 & 6 & \infty \end{Vmatrix}$

2. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 15 & 26 & 31 & 18 \\ 35 & \infty & 20 & 27 & 19 \\ 51 & 24 & \infty & 35 & 18 \\ 24 & 18 & 40 & \infty & 17 \\ 17 & 17 & 25 & 19 & \infty \end{Vmatrix}$

3. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 61 & 12 & 62 & 43 \\ 64 & \infty & 10 & 55 & 38 \\ 87 & 78 & \infty & 11 & 47 \\ 70 & 42 & 11 & \infty & 53 \\ 54 & 25 & 76 & 27 & \infty \end{Vmatrix}$

4. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 40 & 56 & 29 & 12 \\ 20 & \infty & 29 & 13 & 15 \\ 30 & 25 & \infty & 45 & 11 \\ 36 & 32 & 40 & \infty & 14 \\ 13 & 24 & 13 & 12 & \infty \end{Vmatrix}$

5. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 3 & 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & \infty & 0 & 6 & 3 & 2 \\ 6 & 0 & \infty & 8 & 10 & 12 \\ 10 & 0 & 4 & \infty & 6 & 11 \\ 12 & 0 & 8 & 9 & \infty & 10 \\ 1 & 4 & 0 & 0 & 3 & \infty \end{Vmatrix}$

6. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 7 & 27 & 12 & 10 \\ 6 & \infty & 8 & 5 & 7 \\ 3 & 11 & \infty & 12 & 3 \\ 10 & 12 & 9 & \infty & 0 \\ 20 & 20 & 19 & 14 & \infty \end{Vmatrix}$

7. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 6 & 17 & 18 & 11 \\ 0 & \infty & 10 & 0 & 5 \\ 10 & 0 & \infty & 6 & 10 \\ 15 & 8 & 3 & \infty & 0 \\ 14 & 0 & 11 & 7 & \infty \end{Vmatrix}$

8. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 30 & 40 & 30 & 10 \\ 30 & \infty & 13 & 6 & 21 \\ 28 & 44 & \infty & 34 & 8 \\ 7 & 24 & 7 & \infty & 7 \\ 51 & 30 & 22 & 47 & \infty \end{Vmatrix}$

9. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 7 & 27 & 37 & 27 \\ 27 & \infty & 3 & 10 & 18 \\ 25 & 5 & \infty & 31 & 41 \\ 4 & 4 & 4 & \infty & 21 \\ 48 & 27 & 44 & 19 & \infty \end{Vmatrix}$

10. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 6 & 0 & 10 & 21 \\ 5 & \infty & 8 & 12 & 21 \\ 0 & 8 & \infty & 9 & 20 \\ 10 & 5 & 9 & \infty & 15 \\ 8 & 7 & 0 & 0 & \infty \end{Vmatrix}$

11. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 30 & 46 & 19 & 10 \\ 2 & \infty & 19 & 3 & 21 \\ 2 & 15 & \infty & 35 & 26 \\ 10 & 22 & 30 & \infty & 3 \\ 4 & 14 & 13 & 12 & \infty \end{Vmatrix}$

12. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 4 & 12 & 14 & 4 \\ 3 & \infty & 12 & 10 & 10 \\ 12 & 4 & \infty & 9 & 5 \\ 3 & 11 & 11 & \infty & 9 \\ 10 & 3 & 1 & 3 & \infty \end{Vmatrix}$

13. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 10 & 21 & 26 & 13 \\ 30 & \infty & 15 & 22 & 14 \\ 46 & 19 & \infty & 30 & 13 \\ 19 & 13 & 35 & \infty & 12 \\ 12 & 12 & 20 & 14 & \infty \end{Vmatrix}$

14. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 3 & 3 & 12 & 3 \\ 5 & \infty & 10 & 8 & 8 \\ 5 & 4 & \infty & 5 & 8 \\ 5 & 12 & 15 & \infty & 9 \\ 14 & 5 & 17 & 2 & \infty \end{Vmatrix}$

15. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 10 & 30 & 40 & 30 \\ 30 & \infty & 6 & 13 & 21 \\ 28 & 8 & \infty & 34 & 44 \\ 7 & 7 & 7 & \infty & 24 \\ 51 & 30 & 47 & 22 & \infty \end{Vmatrix}$

16. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 3 & 11 & 3 & 9 \\ 2 & \infty & 3 & 11 & 2 \\ 10 & 12 & \infty & 11 & 0 \\ 12 & 10 & 8 & \infty & 2 \\ 12 & 10 & 4 & 5 & \infty \end{Vmatrix}$

17. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 2 & 6 & 5 & 3 & 5 \\ 0 & \infty & 5 & 7 & 10 & 8 \\ 1 & 4 & \infty & 4 & 3 & 6 \\ 1 & 7 & 3 & \infty & 3 & 8 \\ 8 & 9 & 0 & 0 & \infty & 0 \\ 13 & 10 & 7 & 3 & 3 & \infty \end{Vmatrix}$

18. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 27 & 37 & 27 & 7 \\ 27 & \infty & 10 & 3 & 18 \\ 25 & 41 & \infty & 31 & 5 \\ 4 & 21 & 4 & \infty & 4 \\ 48 & 27 & 19 & 44 & \infty \end{Vmatrix}$

19. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 3 & 23 & 18 & 11 \\ 4 & \infty & 14 & 16 & 17 \\ 4 & 3 & \infty & 8 & 9 \\ 4 & 9 & 4 & \infty & 0 \\ 12 & 12 & 2 & 2 & \infty \end{Vmatrix}$

20. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 7 & 1 & 11 & 12 \\ 6 & \infty & 3 & 7 & 6 \\ 6 & 8 & \infty & 9 & 10 \\ 11 & 0 & 4 & \infty & 0 \\ 18 & 11 & 4 & 4 & \infty \end{Vmatrix}$

21. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 10 & 19 & 46 & 30 \\ 2 & \infty & 3 & 19 & 15 \\ 2 & 21 & \infty & 30 & 21 \\ 10 & 26 & 35 & \infty & 14 \\ 4 & 3 & 12 & 13 & \infty \end{Vmatrix}$

22. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 1 & 10 & 35 & 21 \\ 2 & \infty & 3 & 20 & 18 \\ 2 & 12 & \infty & 25 & 30 \\ 6 & 26 & 35 & \infty & 14 \\ 4 & 3 & 12 & 15 & \infty \end{Vmatrix}$ 23. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 5 & 25 & 35 & 25 \\ 25 & \infty & 1 & 8 & 16 \\ 23 & 3 & \infty & 29 & 39 \\ 2 & 2 & 2 & \infty & 19 \\ 46 & 25 & 42 & 17 & \infty \end{Vmatrix}$ 24. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 10 & 21 & 26 & 13 \\ 30 & \infty & 15 & 22 & 14 \\ 46 & 19 & \infty & 30 & 13 \\ 19 & 13 & 35 & \infty & 12 \\ 12 & 12 & 20 & 14 & \infty \end{Vmatrix}$

25. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 11 & 20 & 47 & 31 \\ 3 & \infty & 4 & 20 & 16 \\ 3 & 22 & \infty & 31 & 22 \\ 11 & 27 & 36 & \infty & 15 \\ 5 & 4 & 13 & 14 & \infty \end{Vmatrix}$ 26. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 51 & 2 & 40 & 43 \\ 44 & \infty & 1 & 30 & 25 \\ 45 & 56 & \infty & 1 & 17 \\ 25 & 30 & 2 & \infty & 25 \\ 4 & 3 & 4 & 3 & \infty \end{Vmatrix}$ 27. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 10 & 30 & 25 & 30 \\ 30 & \infty & 5 & 6 & 17 \\ 30 & 10 & \infty & 30 & 45 \\ 5 & 5 & 6 & \infty & 15 \\ 21 & 4 & 20 & 4 & \infty \end{Vmatrix}$

28. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 5 & 9 & 8 & 6 & 8 \\ 3 & \infty & 8 & 10 & 13 & 11 \\ 4 & 7 & \infty & 7 & 6 & 9 \\ 4 & 10 & 6 & \infty & 6 & 11 \\ 11 & 12 & 3 & 3 & \infty & 3 \\ 16 & 13 & 10 & 6 & 6 & \infty \end{Vmatrix}$ 29. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 17 & 37 & 47 & 37 \\ 37 & \infty & 13 & 20 & 28 \\ 35 & 15 & \infty & 41 & 51 \\ 14 & 14 & 12 & \infty & 30 \\ 48 & 37 & 44 & 20 & \infty \end{Vmatrix}$ 30. $C = \begin{Vmatrix} \infty & 15 & 25 & 25 & 5 \\ 25 & \infty & 6 & 2 & 15 \\ 2 & 3 & \infty & 5 & 12 \\ 15 & 14 & 16 & \infty & 2 \\ 4 & 15 & 3 & 15 & \infty \end{Vmatrix}$

3 КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ ЗДОБУВАЧІВ

Формування змісту та якості завдань визначається компетентностями з навчальної дисципліни «Дискретна математика», а критерії лише визначають ступінь виконання та якості роботи здобувачів.

Під час проведення контрольних заходів викладач оцінює: рівень засвоєння здобувачем навчального матеріалу для самостійного опрацювання; уміння використовувати теоретичні знання під час виконання практичних завдань; обґрунтованість і логічність викладення самостійно вивченого матеріалу; повноту розкриття теми дослідження; оформлення матеріалів згідно з висунутими вимогами.

За розрахунково-графічну роботу здобувач може отримати максимально 16 балів.

Розподіл балів, що отримують здобувачі за видами занять, наведено в табл. 3.1.

Таблиця 3.1 – Розподіл балів за видами занять

Критерії оцінювання		
Вид роботи	Зміст	Бали
Робота на лекціях	Активна участь у дискусіях, розгляд практичних кейсів, ведення конспекту	10
Робота на практичних заняттях, виконання завдань, відповіді на питання	ПР 1 Поняття множини, основні операції над множинами. Поняття впорядкованої множини, прямий добуток множин. Кортежі	1
	ПР 2 Властивості операцій над множинами	1
	ПР 3 Поняття відношення, способи задання відношень. Властивості відношень. Функціональні відношення.	1
	ПР 4 Реляційна модель даних. Операції реляційної алгебри	1
	ПР 5 Основні означення в теорії графів. Способи подання графів. Планарні графи. Ейлерові графи	1
	ПР 6–7 Дерева. Властивості дерев. Алгоритм Борувки. Пошук кістякового дерева мінімальної ваги. Алгоритм Краскала і Пріма	2
	ПР 8 Задача знаходження найкоротшого шляху на графі	1
	ПР 9 Паросполучення. Задача вибору або задача про призначення	1
	ПР 10 Транспортна мережа. Задача про максимальний потік у транспортній мережі	1
	ПР 11 Задача знаходження найкоротшого гамільтонового контуру	1
	ПР 12 Основні логічні операції, властивості операцій, принцип двоїстості, принцип суперпозиції, типи булевих функцій	1
	ПР 13 Нормальні форми логічних функцій, досконалі форми логічних функцій, властивості досконалих форм. Булевоподібні алгебри	1
	ПР 14–15 Методи мінімізації булевих функцій. Побудова комбінаційних схем	2
Контроль	Тестування за змістовим модулем 1	5
	Тестування за змістовим модулем 2	5
	Тестування за змістовим модулем 3	5
	Контрольна робота 1	8
	Контрольна робота 2	8
	Контрольна робота 3	8
	Розрахунково-графічна робота	16
	Іспит	20
	Усього балів	**100**

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за 100-бальною шкалою	Оцінка в ECTS	Значення оцінки ECTS	Критерії оцінювання	Рівень компетентності	Оцінка за національною шкалою (іспит, диф. залік)
90–100	A	відмінно	Здобувач виявляє особливі творчі здібності, уміє самостійно здобувати знання, без допомоги викладача знаходить та опрацьовує необхідну інформацію, уміє використовувати набуті знання й уміння для прийняття рішень у нестандартних ситуаціях, переконливо аргументує відповіді, самостійно розкриває власні обдарування й нахили	Високий (творчий)	відмінно
82–89	B	дуже добре	Здобувач вільно володіє вивченим обсягом матеріалу, застосовує його на практиці, вільно розв'язує вправи й завдання у стандартних ситуаціях, самостійно виправляє допущені помилки, кількість яких незначна	Достатній (конструк-тивно-варіативний)	добре
74–81	C	добре	Здобувач уміє зіставляти, узагальнювати, систематизувати інформацію під керівництвом викладача; у цілому самостійно застосовувати її на практиці; контролювати власну діяльність; виправляти помилки, серед яких є суттєві, добирати аргументи для підтвердження думок		
64–73	D	задовільно	Здобувач відтворює значну частину теоретичного матеріалу, виявляє знання й розуміння основних положень; за допомогою викладача може аналізувати навчальний матеріал, виправляти помилки, серед яких є значна кількість суттєвих	Середній (репродук-тивний)	задовільно
60–63	E	достатньо	Здобувач володіє навчальним матеріалом на рівні, вищому за початковий, значну частину його відтворює на репродуктивному рівні		
35–59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання семестрового контролю	Здобувач володіє матеріалом на рівні окремих фрагментів, що становлять незначну частину навчального матеріалу	Низький (рецептивно-продуктивний)	незадовільно
1–34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням залікового кредиту	Здобувач володіє матеріалом на рівні елементарного розпізнання й відтворення окремих фактів, елементів, об'єктів		

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. Сергієнко А. М., Молчанова А. А., Романкевич В. О. Комп'ютерна дискретна математика: навчальний посібник. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 189 с.

2. Ємець О. О., Парфьонова Т. О. Дискретна математика: навчальний посібник. Полтава: ПУЕТ, 2022. 282 с.

3. Балога С. І. Дискретна математика: навчальний посібник. Ужгород: ПП «АУТДОРШАРК», 2021. 124 с.

4. Бондаренко М. Ф., Белоус Н. В., Руткас А. Г. Комп'ютерна дискретна математика. Харків: СМІТ, 2004. 480 с.

5. Борисенко О. А. Дискретна математика: підручник. Суми: Університетська книга, 2007. 255 с.

6. Ядренко М. Й. Дискретна математика: навчальний посібник. Київ: Експрес, 2003. 244 с.

Додаткова

7. Oksanych I., Lutsenko I., Koval S., Shevchenko I. Optimization of resource-intensive dynamic systems with a continuous supply of raw materials according to the criterion of minimum use of reserves. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2022. Vol. 1, Iss. 4 (115). P. 20–28.

8. Oksanych I., Lutsenko I., Shevchenko I., Karabut N. Development of the method for modeling operational processes for tasks related to decision making. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. Vol. 2, Iss. 4 (92). P. 26–32.

9. Oksanych I., Lutsenko L., Koval S., Rylova N. Modeling a convertor-class interactive system. *2019 IEEE 39th International Conference on Electronics and nanotechnology*. Kyiv, Ukraine. P. 46–50.

10. Оксанич І., Тараканова Н. Методика пошуку особливих шляхів мережевих графіків. *Results of modern scientific research and development:* X International Scientific and practical conference (12–14 грудня 2021 р., Мадрид, Іспанія). С. 215–219.

11. Трохимчук Р. М., Нікітченко М. С. Дискретна математика у прикладах і задачах. URL: http://csc.knu.ua/media/filer_public/89/10/89101127-5400-4d61-9840-7eab32caddab/discrete_mathematics.pdf (дата звернення 20.06.2024).

12. Коноваленко О. Є., Ткачук М. А., Грабовський А. В. Дискретна математика: навчально-методичний посібник. Харків: НТУ «ХПІ», 2016. 84 с. URL: https://repository.kpi.kharkov.ua/server/api/core/bitstreams/91bc6caf-7bf6-4758-ac27-5eb27233d910/content (дата звернення 20.06.2024).

13. Олійник Л. О. Дискретна математика: навчальний посібник. Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2015. 256 с. URL: http://www.dstu.dp.ua/Portal/Data/3/17/3-17-b2.pdf (дата звернення 20.06.2024).

Інформаційні ресурси

14. Теорія множин. URL: https://www.youtube.com/watch?v=cvzv2xRxt58&ab_channel=КафедраММЗІ (дата звернення 20.06.2024).

15. Теорія графів – просто про складне. URL: https://www.youtube.com/watch?v=kM-RoXX-wvQ (дата звернення 20.06.2024).

16. Теорія відношень. URL: https://www.youtube.com/watch?v=VqC4eDGu1wg&ab_channel=КафедраММЗІ (дата звернення 20.06.2024).

17. Клесов О. І., Грегуль Ю. О. Відеокурс «Дискретна математика». URL: https://matan.kpi.ua/uk/videokurs-discret-math.html (дата звернення 20.06.2024).

Додаток А

Зразок оформлення титульної сторінки розрахунково-графічної роботи

Кременчуцький національний університет
імені Михайла Остроградського
(повне найменування вищого навчального закладу)
Кафедра автоматизації та інформаційних систем
(повна назва кафедри, циклової комісії)

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА

з навчальної дисципліни

«Дискретна математика»

Варіант __

Здобувача 1 курсу групи КІ-24-1
спеціальності 123 «Комп'ютерна інженерія»

_____
(прізвище та ініціали)

Викладач д. т. н., професор кафедри АІС
І. Г. Оксанич
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

Оцінка _____.

КРЕМЕНЧУК 2024

Методичні вказівки щодо виконання розрахунково-графічних робіт з навчальної дисципліни «Дискретна математика» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня денної форми навчання зі спеціальності 123 – «Комп'ютерна інженерія» освітньо-професійної програми «Комп'ютерна інженерія»

Укладач д. т. н., проф. І. Г. Оксанич
Відповідальний за випуск к. т. н., доц. Н. М. Істоміна

Підп. до др. _____. Формат 60×84 1/16. Папір тип. Друк ризографія.
Ум. друк. арк. _____. Наклад _____ прим. Зам. № _____. Безкоштовно.

Редакційно-видавничий відділ
Кременчуцький національний університет
імені Михайла Остроградського
вул. Університетська, 20, м. Кременчук, 39600